

### Universidade de Pernambuco Escola Politécnica de Pernambuco Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação

Marcos Antonio da Cunha Oliveira Junior

### Utilizando Ciência das Redes para Avaliar e Modificar o Fluxo de Informação de um Otimizador por Enxames de Partículas

Dissertação de Mestrado

Recife, Maio 2013



Universidade de Pernambuco Escola Politécnica de Pernambuco Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação

Marcos Antonio da Cunha Oliveira Junior

### Utilizando Ciência das Redes para Avaliar e Modificar o Fluxo de Informação de um Otimizador por Enxames de Partículas

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação da Universidade de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia da Computação.

> Prof. Dr. Carmelo José Albanez Bastos Filho Orientador

> > Prof. Dr. Ronaldo Menezes Coorientador

Recife, Maio de 2013

## Agradecimentos

Somos redes. E não somos redes no sentido facebook, em que cada pessoa está conectada a outras. Não somos vértices, componentes, pontos, etc. Somos redes. Somos o produto de todas as interações, de todos pares entrada/saída, provenientes de todos os tipos de relações ao longo de todo o tempo. Somos todos por todos e todos por todos.

Somos feitos de componentes conscientes/inconscientes com chances de nunca conseguirmos mensurar exata importância de cada, nem dizer quais influenciam mais em determinada ação. Evidente, há esquizofrenia nisso tudo. Entretanto, posso dizer, conscientemente, quem faz parte, de alguma forma, desta rede e agradecer pelo "de alguma forma" que influenciou no tempo do mestrado :)

Durante este tempo, fiquei dividido entre a FITec e o mestrado. Nela, aprendi bastante com: Ismael Mascarenhas, Felipe Lemos, Leandro Honorato e Fábio Leite. Agradeço a eles por mostrarem: que há pessoas de todos os tipos; que às vezes apenas falar é desnecessário; que precisamos entender o que há ao redor; e que devemos sempre lutar pelo que acreditamos.

Na POLI, realmente tive prazer em conhecer pessoas que sempre têm uma boa conversa, por isto, agradeço a: Paulo Roger, Marcelo Gomes, Dennis Rodrigo, Erick Barboza, Diego Pinheiro, Robson Alcântara e Anthony Lins; agradeço a Débora Oliveira pelos tempos de Finlândia abaixo de zero; a Luma Vitorino por mostrar que abelhas, podem, sim, funcionar. Agradeço a Bruno, Cadu, Marinho, pelo caos durante a graduação e a Ana Georgina pela solicitude durante o mestrado.

Agradeço aos professores da POLI do mestrado e da graduação pelos vários anos de aprendizado. Agradeço ao Prof. Fernando Buarque pelos ensinamento sobre ciência. E agradeço ao meu orientador Carmelo Bastos-Filho pelas orientações durante os quase 5 anos de parceria, pelos desafios propostos e por, novamente, acreditar que tudo ia dar certo.

Agradeço à componentes fundamentais: a Naza Ré pelos "tu nunca vai acabar isso?"; a Carol Leite pelas "terminasse?" esperançosas; a Emília Sampaio por relembrar que somos quando 'despreguiçamos'; e aos desvendadores de tudo e tudo mais: a Hans Liesen por provar a existência de humor vários desvio-padrão longe da normal; a Bruno Falcão pela visão insana do mundo insano; e a Vanessa Miranda por mostrar que não há verdades, apenas precisamos de mais cafés.

E, por encarar, mais uma vez, com muita naturalidade as imitações de Silvio Santos quando nada funcionava e quando tudo funcionou, agradeço a minha família pela ótima paciência.

deixe eu abrir a porta quero ver se a noite vai bem

quem sabe a lua lua ou nos sonhos crianças sombras murmuram amém

deixa eu ver quem some antes a nuvem a estrela ou ninguém

### para umas noites que andam fazendo Paulo Leminski

como um pássaro o tempo voa a procura do exato momento onde o que você pode fazer fosse agora com as roupas sujas de lama porque o barro arrudeia o mundo e a TV não tem olhos pra ver eu sou como aquele boneco que apareceu no dia da fogueira e controla seu próprio satélite andando por cima da terra conquistando o seu próprio espaço é onde você pode estar agora

> **Um Satélite na Cabeça** Chico Science & Nação Zumbi

## Resumo

Inteligência Computacional é um termo utilizado para representar um conjunto de técnicas inspiradas na natureza que apresentam habilidade de aprender e/ou lidar com novas situações. Otimização por Enxame de Partículas (PSO) é uma técnica de otimização baseada em Inteligência de Enxames inspirada no comportamento social de bandos de pássaros na busca por alimentos.

Ciência das Redes é a área de estudo dos fundamentos teóricos do comportamento estrutural e dinâmico de redes. Por ser essencialmente interdisciplinar, ela contempla estudos em modelos físicos, biológicos, comportamentos sociais, chegando até em formas de predição de fenômenos presentes nestas áreas. Esse campo de estudo fornece ferramentas para modelar e para avaliar redes do mundo real. Mais especificamente, o modelo Barabási-Albert (BA) consegue simular características de várias redes reais ao notar que elas evoluem e que seus nós se ligam mais facilmente a nós com muitas conexões.

O desempenho do PSO é influenciado pela estrutura da vizinhança do enxame, de forma que cada estrutura se adapta melhor na otimização de determinados problemas. Essas vizinhanças são, em geral, modelos de comunicação estáticos e arbitrários com desempenhos regulares sem qualquer controle sobre o fluxo de informação no enxame. Por falta de ferramentas adequadas, pesquisadores se limitam a criar novas estruturas e avaliá-las baseando-se apenas no desempenho do algoritmo.

Esta dissertação propõe (i) uma topologia de comunicação dinâmica para um Otimizador por Enxames de Partículas utilizando conceitos de conexão preferencial de Ciência das Redes; e (ii) ferramentas para análise do fluxo de informação entre as partículas do enxame baseadas em métricas de Ciência das Redes: o número autovalores zeros na matriz laplaciana, a densidade espectral e o valor R.

A topologia proposta foi comparada com as topologias estáticas mais utilizadas: global e anel. Os experimentos indicam que o PSO com topologia dinâmica consegue adaptar sua estrutura visando fugir de estagnação prematura do enxame. Além disso, a utilização da topologia proposta conduz não somente a desempenhos melhores nas funções de testes utilizadas, como também fornece ao PSO a habilidade de adaptar o fluxo de informação do enxame dependendo do problema tratado por ele.

As métricas propostas foram utilizadas para analisar o fluxo de informação no enxame do PSO com topologia dinâmica. Os experimentos realizados mostraram que as métricas conseguem identificar padrões de comportamento no fluxo de informação quando o enxame apresenta estagnação precoce. As métricas propostas abrem perspectivas para análises mais significativas sobre o comportamento do enxame, que podem ajudar pesquisadores no desenvolvimento de novas abordagens e no entendimento de técnicas em enxames.

### Palavras-chave:

inteligência computacional, inteligência de enxames, ciência das redes.

## Abstract

Computational Intelligence is a methodology involving computing that provides a system with an ability to learn and/or to deal with new situations. Particle Swarm Optimization (PSO) is an optimization technique based on Swarm Intelligence inspired by social behavior of flocks searching for food.

Network Science is an interdisciplinary academic field which studies the theoretical foundations of the structure and the behavior of dynamic real networks. The studies in this field are concerned on network representations of physical, biological, and social phenomena leading to predictive models of these phenomena. Moreover, many tools for modeling and assessing real-world networks are provided by this field. Specifically, the model Barabási-Albert (BA) can mimic some features of many real networks.

The PSO performance is strongly affected by the swarm neighborhood structure, some structure features are best adapted to certain optimization problems. These structures are generally arbitrary static communication models that leads to regular performances without any control on the information flow in the swarm. Actually, the lack of ideal tools leads researchers to create new structures and evaluate them based only on the algorithm execution performance.

This work proposes (i) a dynamic topology for the Particle Swarm Optimization using the preferential attachment concept, and (ii) a set of tools for assessing the information flow on the swarm based on some Network Science measures: the number of zero eigenvalues in the Laplacian matrix, the spectral density and the R-value.

The proposed topology was compared with some static topologies: global and ring. The experiments showed that the PSO with dynamic topology can adapt its structure in order to escape from premature stagnation. Furthermore, the proposed topology leads not only to an improved performance on benchmark functions but it allows to control the information flow of the swarm depending on the problem addressed.

The proposed metrics were used to assess the information flow in the swarm with dynamic topology. The experiments showed that the metrics can identify patterns in the information flow when the swarm gets stagnated in early solutions. The proposed metrics creates a new perspective for more meaningful analysis on the swarm behavior, which can help researchers to develop new approaches and to understand better swarm intelligence techniques.

Keywords: computational intelligence, swarm intelligence, network science.

## Sumário

Lis	sta d	e Siglas	viii
Lis	sta d	e Símbolos	ix
Lis	sta d	e Figuras	x
Lis	sta d	e Algoritmos	xiv
Lis	sta d	e Tabelas	xv
1	<b>Intr</b> 1.1 1.2	<b>odução</b> Objetivos	${f 1}\ {f 5}\ {f 5}$
2	<b>Refe</b> 2.1 2.2	Prencial Teórico         Ciência das Redes         2.1.1         Representação e Métricas de Redes         2.1.2         Modelos de Redes         2.1.3         Análise Espectral         Otimização por Enxame de Partículas         2.2.1         Particularidades da Técnica         2.2.2         Topologia de Comunicação	7 9 16 21 22 24 27
3	Con 3.1 3.2	tribuiçãoTopologia DinâmicaAnálise do Fluxo de Informação3.2.1Grafo de Influência de um Enxame3.2.2Número de Autovalores Zero da Matriz Laplaciana3.2.3Densidade Espectral3.2.4Valor R	<b>34</b> 37 38 39 40 40
4	<b>Arr</b> 4.1 4.2 4.3	<b>anjo Experimental</b> Parametrização do PSO	<b>42</b> 42 45 45

5 Resultados		47	
	5.1	Comparação de Desempenho das Topologias	47
	5.2	Impacto do Valor failures_threshold	52
	5.3	Análise do Fluxo de Informação do Enxame do PSO Utilizando	
		Topologias de Comunicação Diferentes	56
		5.3.1 Quantidade de Fluxos de Informação no Enxame	56
		5.3.2 Estrutura dos Fluxos de Informação	57
		5.3.3 Avaliação Numérica da Estrutura dos Fluxos de Informação	61
6	Con	nclusões e Trabalhos Futuros	64
6	<b>Con</b> 6.1	nclusões e Trabalhos Futuros Conclusão sobre a Topologia Dinâmica	<b>64</b> 64
6	<b>Con</b> 6.1 6.2	Inclusões e Trabalhos FuturosConclusão sobre a Topologia DinâmicaDiscussão sobre a Topologia Dinâmica	<b>64</b> 64 65
6	Con 6.1 6.2 6.3	Aclusões e Trabalhos FuturosConclusão sobre a Topologia DinâmicaDiscussão sobre a Topologia DinâmicaConclusão sobre a Topologia DinâmicaConclusão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação	<b>64</b> 64 65
6	Con 6.1 6.2 6.3	nclusões e Trabalhos FuturosConclusão sobre a Topologia DinâmicaDiscussão sobre a Topologia DinâmicaConclusão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informaçãodo Enxame	<b>64</b> 65 65
6	Con 6.1 6.2 6.3 6.4	Aclusões e Trabalhos FuturosConclusão sobre a Topologia DinâmicaDiscussão sobre a Topologia DinâmicaConclusão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informaçãodo EnxameDiscussão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação	<b>64</b> 65 65
6	Con 6.1 6.2 6.3 6.4	nclusões e Trabalhos Futuros         Conclusão sobre a Topologia Dinâmica         Discussão sobre a Topologia Dinâmica         Conclusão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação         do Enxame         Discussão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação         do Enxame         Discussão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação         do Enxame         Obscussão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação         do Enxame	<b>64</b> 65 65 66

# Lista de Siglas

CNPSO	Complex Neighborhood based Particle Swarm Optimization
FDR - PSO	Fitness-Distance-Ratio-based Particle Swarm Optimization
FIPS	Fully Informed Particle Swarm
PSO	Particle Swarm Optimization
SFIPSO	Scale-Free Fully Informed Particle Swarm
SOTDFR	Self-Organising Topology Driven by Fitness Rank

## Lista de Símbolos

G	Grafo	9
V	Conjunto de vértices	9
E	Conjunto de arestas	9
$w_{ij}$	Peso da aresta $(i, j)$	10
$k_i$	Grau do vértice $i$	10
Α	Matriz de adjacência	10
$G_{n,m}$	Modelo de grafo aleatório $G_{n,m}$	17
$G_{n,p}$	Modelo de grafo aleatório $G_{n,p}$	17
$l_{rg}$	Distância média entre vértices em um grafo aleatório	18
$c_{rg}$	Coeficiente de agrupamento de um grafo aleatório	18
$\rho(\lambda)$	Densidade espectral de um grafo	21
R	Valor R de um grafo	22
$\vec{x_i}$	Posição da partícula $i$	23
$\vec{v_i}$	Velocidade da partícula $i$	23
$\vec{p_i}$	Melhor posição encontrada pela partícula $i$	23
$\vec{n_i}$	Melhor posição da vizinhança da partícula $i$	23
w	Peso inercial	25
$\chi$	Fator de constrição	26
$\mathbf{I}_t$	Grafo de Influência do Enxame na iteração $t$	38

# Lista de Figuras

1.1	Exemplos de redes: (a) interações entre proteínas do organismo	
	Saccharomyces cerevisiae e (b) o tráfego de pacotes de dados na	
	Internet por diferentes origens e destinos	1
1.2	Comparação das frequências de uso dos termos 'evolution' (evolução),	
	'quantum' e 'networks' (redes) ao longo do tempo em mais de 5	
	milhões de livros.	2
1.3	A evolução do número de citações dos onze artigos científicos mais	
	citados no campo de sistemas complexos, evidenciando o impacto	ი
	da Ciencia das Redes na area.	3
2.1	Representações das pontes da cidade Königsberg: (a) o mapa da	
	cidade em 1652; (b) as pontes da cidade realçadas no mapa; e (c) a	
	rede do mapa com nós sendo as regiões e as arestas sendo as pontes.	7
2.2	Tipos diferente de grafos: (a) $G_1$ , um grafo simples sem pesos; (b)	
	$G_2$ , um grafo não simples; e (c) $G_3$ , um grafo simples ponderado	9
2.3	Exemplo grafo simples e sua distribuição de graus	12
2.4	(a) Menor caminho de um grafo; (b) grafo com caminho euleriano;	
	e (c) grafo com um caminho hamiltoniano	12
2.5	Componentes em (a) um grafo direcionado e em (b) um grafo dire-	
	cionado	13
2.6	Exemplos de grafos com coeficiente de agrupamento (a) igual à 0 e	
	(b) igual à $0, 3$ .	14
2.7	Grafos aleatório gerados seguindo modelo de Erdös-Rényi (a) $G_{n,m}$	
	com $n = 20$ e $m = 30$ e modelo (b) $G_{n,p}$ com $n = 20$ e $p = 0, 15$ .	17
2.8	(a) Estrutura inicial do modelo de Watts-Strogatz e (b) estrutura	
	final <i>small-world</i>	19
2.9	Relação do valor de $p$ no modelo de Watts-Strogatz e a estrutura	
	final gerada.	19
2.10	Comportamento dos valores do coeficiente de agrupamento e tama-	
	nho de caminho médio com relação aos valores de $p. \ldots \ldots \ldots$	19
2.11	Densidade espectral de grafos seguindo (a) o modelo Erdös-Rényi e	
	(b) o modelo Watts-Strogatz, com vários valores de $p. \ldots \ldots$	22
2.12	Uma exemplo de estrutura que define a topologia de comunicação	
	de um enxame	27

2.13	As duas topologias estática de comunicação do enxame mais utilizadas no PSO	28
2.14	Topologias estáticas de comunicação de enxames utilizadas com o PSO	29
3.1 3.2	O Grafo de Influência do enxame do PSO com diferentes tipos de topologias	39
3.3	fluxos de informação dentro do enxame ao longo das iterações da execução do PSO com diferentes topologias	40
3.4	diferentes topologias. $\dots$	40 41
4.1	Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia dinâmica.	44
5.1	Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon- trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes tenelogias para atimizar a função E1	47
5.2	Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon- trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando	41
5.3	diferentes topologias para otimizar a função F5	48
5.4	diferentes topologias para otimizar a função F6	48
5.5	diferentes topologias para otimizar a função F8	49
5.6	diferentes topologias para otimizar a função F11 Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon- trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando	49
5.7	diferentes topologias para otimizar a função F13	50
5.8	diferentes topologias para otimizar a função F18	50
	diferentes topologias para otimizar a função F20	50

5.9	Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon-	
	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinâmica com diferentes valores para failures_threshold	
	ao otimizar a função F01.	53
5.10	Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon-	
	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinâmica com diferentes valores para failures_threshold	
	ao otimizar a função F05.	53
5.11	Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon-	
0.11	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinâmica com diferentes valores para <i>failures threshold</i>	
	ao otimizar a função F06	54
5 1 2	Comparação da evolução das médias dos melhores valores encon-	01
0.12	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinâmica com diferentes valores para failuras thrashold	
	ao otimizar a função E08	54
5 12	Comparação de evolução des médias dos melhores valores encon	94
0.10	trades ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	trados ao longo das iterações has 50 execuções do 150 utilizando a	
	topologia dinamica com diferentes valores para $jatuares_intesnota$	55
F 14	ao otimizar a lunção F11.	99
5.14	Comparação da evolução das medias dos memores valores encon-	
	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinamica com diferentes valores para <i>faitures_threshold</i>	
F 1 F	ao otimizar a função F13. $\ldots$	55
5.15	Comparação da evolução das medias dos meinores valores encon-	
	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinamica com diferentes valores para failures_threshold	-
F 10	ao otimizar a função F18	50
5.10	Comparação da evolução das medias dos melhores valores encon-	
	trados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a	
	topologia dinamica com diferentes valores para failures_threshold	- 0
F 1 F	ao otimizar a função F20	56
5.17	Número de fluxos de informação dentro do enxame ao longo das	
<b>F</b> 10	iterações da execução do PSO com diferentes topologias.	57
5.18	Quantidade média de fluxos de informação dentro do enxame ao	-
<b>F</b> 10	longo das iterações das 30 execuções do PSO com a topologia dinâmica.	58
5.19	Evolução da densidade espectral do Grafo de Influência do enxame	-
	durante a execução do PSO com topologias estáticas.	58
5.20	Comparação da evolução dos melhores valores encontrados ao longo	
	das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica	
<b>-</b>	para otimizar a função F6	59
5.21	Densidade espectral do Grato de Influência nas iterações 250–650	
	das execuções do PSO com topologia dinâmica otimizando a função	
	F6	59

Comparação da evolução dos melhores valores encontrados ao longo	
das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica	
para otimizar a função F8	60
Densidade espectral do Grafo de Influência nas iterações 50–1000	
das execuções do PSO com topologia dinâmica otimizando a função	
F8	60
Comparação da evolução do Valor- $R$ ao longo das iterações nas	
execuções do PSO com topologia diferentes.	61
Comparação da evolução do Valor- $R$ ao longo das iterações de duas	
execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função	
F6	62
Comparação da evolução da Média- $R$ ao longo das iterações de duas	
execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função	
F6	62
Comparação da evolução da Média- $R$ ao longo das iterações de duas	
execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função	
F8	62
Comparação da evolução da Média- $R$ ao longo das iterações de duas	
execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função	
F8	63
	Comparação da evolução dos melhores valores encontrados ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F8

## Lista de Algoritmos

1	Pseudocódigo do PSO	24
2	Pseudocódigo do CNPSO	32
3	Pseudocódigo do PSO resumido em conjunto com as modificações	
	propostas para a topologia dinâmica	35
4	Pseudocódigo da proposta para atualização do atributo $p_k failures$ .	35
5	Pseudocódigo da proposta do gatilho para o mecanismo de reconexão	
	ocorrer	36
6	Pseudocódigo da proposta do mecanismo de reconexão	36
7	Pseudocódigo da proposta da topologia dinâmica incorporada no al-	
	goritmo PSO	37

## Lista de Tabelas

4.1	Valores dos parâmetros do PSO para as simulações	42
4.2	Funções de teste utilizadas para avaliar o desempenho do PSO com di-	
	ferentes topologias.	43
4.3	Resumo dos experimentos a serem realizados relacionados a topolo-	
	gia dinâmica proposta.	45
4.4	Resumo dos experimentos a serem realizados relacionados a análise	
	do fluxo de informação do enxame	46
5.1	Comparação das médias e desvios padrão das melhores soluções en-	
	contradas ao otimizar as funções F01, F05 e F06 utilizando diferen-	
	tes topologias.	51
5.2	Comparação das médias e desvios padrão das melhores soluções en-	
	contradas ao otimizar as funções F08, F11 e F13 utilizando diferen-	
	tes topologias.	51
5.3	Comparação das médias e desvios padrão das melhores soluções en-	
	contradas ao otimizar as funções F18 e F20 utilizando diferentes	
	topologias.	51
5.4	Comparação do tempo médio em milissegundos gasto para a execução	
	de 1500 iterações do algoritmo PSO utilizando diferentes topologias	
	ao otimizar as funções F01, F05, F06 e F08. $\ldots$	52
5.5	Comparação do tempo médio em milissegundos gasto para a execução	
	de 1500 iterações do algoritmo PSO utilizando diferentes topologias	50
	ao otimizar as funções F11, F13, F18 $e$ F20. $\dots$ $\dots$ $\dots$ $\dots$	52

# Capítulo 1 Introdução

"O todo é maior que a soma das suas partes" Aristóteles

Uma rede é, em sua forma mais simples, uma coleção de pontos conectados entre si por linhas [1]. No jargão utilizado na área de estudo de redes, os pontos são chamados de vértices ou nós e as linhas são denominadas arestas. Apesar da aparente simplicidade, há vários sistemas de interesse dos cientistas, em diversos campos de pesquisa, que são compostos por partes individuais ou componentes conectados de alguma maneira.

Um exemplo de rede, oriundo da biologia, pode ser visto na estrutura presente na Figura 1.1(a). Os vértices dessa rede representam as proteínas do organismo vivo *Saccharomyces cerevisiae* – a levedura de cerveja – enquanto as arestas significam as interações entre as proteínas [2].



**Figura 1.1:** Exemplos de redes: (a) interações entre proteínas do organismo *Saccharomyces cerevisiae* (adaptado de [2]) e (b) o tráfego de pacotes de dados na Internet por diferentes origens e destinos (adaptado de [3]).

Um outro exemplo de rede é a Internet, em que os vértices são computadores e as arestas são conexões físicas entre eles. A Figura 1.1(b) exibe uma representação da estrutura da Internet em 2003, construída a partir de caminhos feitos por um grande número de pacotes de dados trafegando por diferentes nós de origens e destinos [3].

Por serem interdisciplinares, redes são observadas em diversos ambientes e a descoberta de novas redes ou de novas perspectivas baseadas nelas foi crescente nas últimas décadas do século 20 [4]. Estes fenômenos podem ser observados na Figura 1.2, em que há a comparação da frequência dos termos 'evolution' (evolução), 'quantum' e 'networks' (redes) ao longo do tempo em mais de 5 milhões de livros. Pode-se observar que o interesse em redes é comparável ao de grandes avanços científicos: a teoria de Darwin ('evolution') e a mecânica quântica ('quantum').



**Figura 1.2:** Comparação das frequências de uso dos termos '*evolution*' (evolução), '*quantum*' e '*networks*' (redes) ao longo do tempo em mais de 5 milhões de livros. Gráfico gerado com a ferramenta Google Ngram [5] (adaptado de [4]).

Apesar de existir diferentes tipos de redes na natureza e na sociedade, mesmas indagações podem ser feitas sobre suas estruturas, por exemplo: o comportamento das interações entre os nós ao longo do tempo; a influência de nós específicos no comportamento do sistema; o controle de nós específicos da rede para controlar o sistema por completo; entre muitos outros.

Embora sejam indagações iguais, as respostas são carregadas de diferentes significados. Por exemplo, saber qual a influência de um nó específico sobre o comportamento do sistema no âmbito de redes sociais pode significar saber se uma pessoa tem opinião importante dentro de uma comunidade. Por outro lado, em uma rede de computadores, isso pode ser entendido como um servidor, cujo a paralisação de seu funcionamento levaria à queda da rede.

Para estudar as redes, muitos cientistas focam na natureza dos componentes individualmente – como um computador funciona, por exemplo, ou um sentimento de uma pessoa dentro de uma rede social – enquanto outros estudam a natureza das conexões ou interações – protocolos de comunicação em redes de computadores ou as dinâmicas em amizades de pessoas [1]. Ambas abordagens estudam as partes do sistema a fim de entender o todo.

Entretanto, a ideia de reduzir o problema dessa forma pode não ser suficiente para estudar sistemas complexos por serem dinâmicos, de grande escala e muitas vezes heterogêneos. Além disso, a emergência de comportamentos dentro do sistema devido às interações dos componentes é um aspecto muito importante que pode ser negligenciado ao seguir essa abordagem. Por exemplo, um paciente com câncer pode ter mutações em algumas dezenas de genes dentro de centenas possíveis. Não existe o "gene cancerígeno". Na realidade, este é um problema combinacional complexo [6].

Ciência das redes surge como uma nova perspectiva para o entendimento de sistemas complexos [6]. Esta área é o estudo dos fundamentos teóricos do comportamento estrutural e dinâmico de redes [7]. Por ser essencialmente interdisciplinar, ela tem estudos em modelos físicos, biológicos, comportamentos sociais, chegando até em formas de predição de fenômenos presentes nestas áreas [8].

O impacto da Ciência das Redes no campo de sistemas complexos pode ser visto na Figura 1.3. A comparação no gráfico relaciona o número de citações dos onze artigos mais citados em complexidade. Pode-se observar que o padrão seguido por aqueles de Ciência das Redes – o de 1998, sobre o fenômeno "*small-world*", por Watts e Strogatz [9] e o de 1999, sobre a descoberta de redes livre de escala, por Barabási e Albert [10] – tem crescimento sem precedentes na área [4].



Figura 1.3: A evolução do número de citações dos onze artigos científicos mais citados no campo de sistemas complexos, evidenciando o impacto da Ciência das Redes na área (adaptado de [4]).

Por muito tempo o estudo em redes manteve foco em problemas teóricos, ficando exclusivamente nas mãos de matemáticos [11]. Ciência das Redes consegue associar tais estudos à realidade utilizando uma imensa quantidade de dados provenientes de problemas reais [4]. Este avanço leva ao nascimento de modelos que conseguem mimetizar redes reais e à criação de métricas que capturam características específicas de tais redes.

Inteligência Computacional (CI, do inglês, *Computational Intelligence*) é um termo utilizado para representar um conjunto de técnicas inspiradas na natureza que apresentam habilidade de aprender e/ou lidar com novas situações [12]. Para isto, tais sistemas têm um ou mais atributos de razão, como generalização, descoberta, associação e abstração. Como exemplo pode-se citar: Redes Neurais Artificiais, Computação Evolucionária, Algoritmos baseados em Inteligência de Enxame, Lógica Difusa, entre outros [12].

Inteligência de Enxame (SI, do inglês, *Swarm Intelligence*) é a propriedade de um sistema em que indivíduos, interagindo localmente entre si e com o ambiente, causam a emergência de padrões globais [13, 14]. Por outro lado, os algoritmos baseados em Inteligência de Enxame (CSI, do inglês, *Computational Swarm Intelligence*) referem-se aos modelos computacionais deste fenômeno.

Vários sistemas biológicos de colônias servem como inspiração para modelos algorítmicos, podendo ser citados: colônia de formigas [15], vagalumes [16, 17], colmeias [18, 19, 20], cardumes [21, 22], bando de pássaros [23, 24], entre outros. Nesses enxames, os indivíduos executam ações relativamente simples, porém os comportamentos coletivos emergentes são, em geral, complexos.

Otimização por Enxame de Partículas (PSO, do inglês, *Particle Swarm Optimization*) é um algoritmo baseado em Inteligência de Enxame inspirado no comportamento social de bandos de pássaros na busca por alimentos. Esta técnica foi proposta por Kennedy e Eberhart, sendo amplamente utilizada para resolver problemas de otimização em espaços de busca com alta dimensionalidade e com variáveis contínuas [23, 24].

Durante a execução do algoritmo PSO, cada partícula ajusta sua velocidade e posição se baseando em seu histórico e em sua vizinhança. A qualidade dos resultados obtidos pela técnica é influenciada por algumas particularidades: a estrutura das vizinhanças da população (topologia) [25, 26, 27, 28], a equação de atualização da velocidade das partículas [29], os mecanismos que evitam estados de explosão no enxame [30] e o gerador de números aleatórios utilizado [31, 32].

A convergência prematura para mínimos locais é um dos principais problemas que podem ocorrer ao utilizar técnicas baseadas em Inteligência de Enxame. Essa situação acontece quando o enxame é precocemente atraído e fica preso em uma solução que não é a ideal. Para evitar tal estagnação, várias abordagens foram propostas focando, em geral, na alteração de dois aspectos do enxame: nos indivíduos e nas interações entre os indivíduos.

Exemplos de abordagens com modificação nos indivíduos são a geração de diversidade por intermédio da aplicação de operadores nas partículas [33, 34, 35] e a alteração na forma de atualização dos indivíduos [36, 37, 38]. Por outro lado, modificações nas estruturas de vizinhança do enxame alteram as interações entre os indivíduos, objetivando controlar o fluxo de informação [39, 40, 41, 42, 43].

Apesar de várias propostas diferentes para determinar as vizinhanças das partículas do enxame [25, 27, 28, 39, 40, 41, 42, 43, 44], elas são, em geral, modelos de comunicação estáticos e arbitrários que têm desempenhos regulares. Devido à falta de um controle dinâmico do fluxo de informação, cada abordagem se adapta melhor a determinados tipos de problemas [25, 26, 27, 28, 45].

Por falta de ferramentas adequadas para entender como se dá o fluxo de informação dentro do enxame, pesquisadores se limitam a criar novas estruturas de comunicação e avaliar o desempenho do algoritmo na otimização de diferentes funções de teste [46]. Além disso, a utilização de métricas que só avaliam o *fitness* das partículas e a diversidade do enxame gera conclusões acerca de correlações carentes de informação. Um exemplo disto é a correlação entre a distância média da vizinhança das partículas e o tipo de problema [27, 25].

Como um enxame é essencialmente uma rede de indivíduos interagindo entre si, conceitos de Ciência das Redes podem ser aplicados a fim de obter maior entendimento sobre o fluxo de informação dentro do enxame. Dessa forma, novas ferramentas baseadas em modelos e métricas da área podem ser integradas e desenvolvidas para analisar o comportamento do enxame.

Ao dispor de ferramentas certas que possibilitem entender melhor o enxame, o processo de criação de novas estruturas de comunicação das partículas ganha nova perspectiva. Além disso, sendo capaz de analisar o fluxo de informação, pode ser possível criar controles dinâmicos com objetivo de possibilitar adaptação do enxame a diferentes tipos de problemas.

### 1.1 Objetivos

Os objetivos desta dissertação são dois, a saber: (i) criar um mecanismo de geração dinâmica da topologia de comunicação das partículas do PSO, visando controlar o comportamento do enxame durante o processo de otimização, empregando conceitos de Ciência das Redes; e (ii) utilizar os conceitos de Ciência das Redes para analisar os efeitos de tais mecanismos no fluxo de informação dentro do enxame.

Dessa forma, para atingir os objetivos principais, foram definidos objetivos específicos a serem alcançados:

- o estudo de modelos de formação de estruturas provenientes da Ciência das Redes, bem como as métricas utilizadas para avaliá-las;
- a criação de um visualizador de enxame para análise da topologia de comunicação das partículas durante o processo de otimização;
- o desenvolvimento de um mecanismo de formação da topologia de comunicação do enxame baseado no estado das partículas;
- e a análise do impacto da topologia proposta no comportamento do fluxo de informação dentro do enxame utilizando métricas da Ciência das Redes.

### 1.2 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida em mais cinco capítulos. Nesta seção, os assuntos que são descritos em cada capítulo estão elencados.

No Capítulo 2, os principais conceitos utilizados no trabalho são abordados. Ciência das Redes é apresentada na Seção 2.1, incluindo um breve histórico de seu desenvolvimento e alguns tópicos relativos à pesquisa: (i) as métricas utilizadas são definidas na Seção 2.1.1, (ii) os modelos de redes mais conhecidos são descritos na Seção 2.1.2 e (iii) a análise espectral de grafos é explicada na Seção 2.1.3.

Na Seção 2.2, a técnica de Otimização por Enxame de Partículas é apresentada em sua forma básica e o aprofundamento de alguns tópicos são apresentados nas subseções seguintes: (i) algumas particularidades e modificações da técnica são expostas na Seção 2.2.1 e (ii) as topologias de comunicação utilizadas atualmente são apresentadas na Seção 2.2.2.

A contribuição do trabalho é descrita no Capítulo 3. Neste capítulo, a definição do mecanismo de topologia dinâmica para o PSO é apresentada na Seção 3.1. Além disso, na Seção 3.2, ferramentas para analisar o fluxo de informação dentro do enxame são especificadas.

Os experimentos realizados para validação das propostas desta dissertação são descritos no Capítulo 4. Os resultados dos experimentos são apresentados no Capítulo 5. Por fim, as considerações finais, discussões e possíveis trabalhos futuros são expostos no Capítulo 6.

# Capítulo 2 Referencial Teórico

"Global order can arise from local interactions" Alan Turing

Neste capítulo, os conceitos utilizados para elaboração desta dissertação são apresentados. Na Seção 2.1, uma breve história da Ciência das Redes é exposta, bem como as definições de algumas ferramentas e dos principais modelos de redes. Na segunda parte do capítulo, na Seção 2.2, a técnica PSO é introduzida.

### 2.1 Ciência das Redes

Apesar da explosão de interesse em Ciência das Redes nas últimas décadas do século XXI, como pode ser visto na Figura 1.3 do Capítulo 1, este campo de estudo tem raízes bem antigas [7]. Na realidade, o termo "Ciência das Redes" muitas vezes é entendido como a abreviação de "a nova Ciência das Redes" [7].

O matemático suíço Leonhard Euler foi o precursor da utilização do conceito de redes no mundo real [11]. Em 1736, ele resolveu um popular quebra-cabeça dos moradores da cidade de Königsberg, na então Prússia, sobre as sete pontes do Rio Prególia, que podem ser observadas na Figura 2.1(a) e 2.1(b).



Figura 2.1: Representações das pontes da cidade Königsberg: (a) o mapa da cidade em 1652; (b) as pontes da cidade realçadas no mapa; e (c) a rede do mapa com nós sendo as regiões e as arestas sendo as pontes.

No início do século XVIII, os cidadãos de Königsberg se perguntavam se era possível andar pelas sete pontes da cidade sem passar duas vezes por uma mesma ponte [11, 47]. Ninguém nunca conseguiu achar tal caminho até 1875, quando uma ponte foi construída.

Na verdade, 150 anos antes da nova ponte, Euler havia provado matematicamente que não existia um caminho com as sete pontes [48]. A sua prova foi simples, porém a genialidade estava no passo intermediário em que entendia o problema como uma rede<sup>1</sup>, observada na Figura 2.1(c).

A solução de Euler deu início ao campo matemático denominado Teoria dos Grafos<sup>2</sup> [11]. Apesar da primeira utilização de grafos ter sido em um problema real, a área ficou por muito tempo apenas em teorias matemáticas [7]. Este período durou quase 200 anos, até os artigos sobre grafos aleatórios dos húngaros Erdös e Rényi na década de 1960 [51, 52, 53], em que, pela primeira vez surgiu o questionamento de como redes são formadas [11].

No final dos anos 60, a Teoria dos Grafos foi utilizada por cientistas sociais para modelar redes sociais e estudar o comportamento de humanos em grupos. Milgram introduziu a noção do efeito "mundo pequeno" (ou, em inglês, small-world), no qual diz que as pessoas estão conectadas entre si por uma pequena quantidade de intermediários<sup>3</sup> [54]. Neste período, os pesquisadores se questionavam sobre a existência de tal efeito, mesmo quando a população crescia [7].

As redes começaram a ser utilizadas como modelo pelos cientistas de outras áreas de pesquisa no final da década de 1990 [7]. Watts e Strogatz desenvolveram um modelo que produz uma rede com efeito *small-world* e, a partir disto, demonstraram fenômenos de sincronização [9, 57]. Barabási e Albert introduziram as redes livre de escala – em que a maioria dos nós tem poucas conexões, porém há nós com muitos vizinhos – e propuseram um modelo para elas [10, 58].

A utilização de dados reais levou à descoberta de que muitas redes da natureza seguem redes com distribuição livre de escala: interações metabólicas [59], as redes neurais [60], as redes de citações científicas [61], o mercado financeiro [62, 63], a *World Wide Web* [64], a Internet [65], entre outras.

No período em que há a convergência dos estudos sobre grafos e os dados de redes reais, começa o chamado "período moderno das redes" [7]. Neste momento, a "nova Ciência das Redes" surge como uma forma de se diferenciar da "antiga Ciência das Redes", em que se limitava a teorias em grafos.

Dessa forma, a Ciência das Redes é um campo interdisciplinar que estuda redes reais complexas, como as redes biológicas, as redes sociais, as redes de computadores, as redes de telecomunicações, entre muitas outras. A área se baseia em várias teorias e métodos, incluindo além da Teoria dos Grafos, mecânica estatística, mi-

 $<sup>^{1}</sup>$ Em seu artigo, Euler não fez nenhum desenho de rede como o da Figura 2.1(c), essa representação teve sua primeira aparição apenas em 1892 [47, 49]. Ele representou a rede matematicamente por suas conexões.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>O termo 'grafo' foi introduzido por Sylvester apenas em 1878 [50].

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Milgram encontrou que a quantidade média de indivíduos que separavam as pessoas era 5, 2, conhecido como o "seis graus de separação" [54]. Em 2011, utilizando a rede social Facebook, pesquisadores calcularam o valor médio de 4, 74 [55, 56].

neração de dados, modelos de inferência estatísticas, etc [8].

A representação matemática das redes, bem como algumas métricas são definidas na Subseção 2.1.1. Os modelos mais importantes de rede são detalhados na Subseção 2.1.2. Por fim, a análise espectral que encontra particularidades em redes é introduzida na Subseção 2.1.3.

### 2.1.1 Representação e Métricas de Redes

Nesta seção, a representação matemática de uma rede, o grafo, é definida, além de algumas métricas que capturam propriedades de redes. Uma importante matriz chamada matriz laplaciana utilizada para encontrar particularidades do grafo é também introduzida.

### Grafo

Um grafo G é um par ordenado (V(G), E(G)), composto de um conjunto V(G) de vértices e um conjunto E(G) de arestas. Cada aresta em E(G) consiste em um par de vértices de G. Um exemplo de grafo é:

$$V(G_1) = \{a, b, c, d, e\},$$
(2.1)

$$E(G_1) = \{(a, d), (a, b), (c, b), (d, c), (c, e)\}.$$
(2.2)

O nome 'grafo' se deve ao fato de poderem ser representados graficamente, de tal forma que, cada vértice é indicado por um ponto e cada aresta por uma linha conectando os pontos [66]. Como exemplo, o grafo  $G_1$  pode ser desenhado como na Figura 2.2(a).



**Figura 2.2:** Tipos diferente de grafos: (a)  $G_1$ , um grafo simples sem pesos; (b)  $G_2$ , um grafo não simples; e (c)  $G_3$ , um grafo simples ponderado.

O grafo  $G_1$  é um grafo simples pois não tem nenhum *loop* (um vértice conectado a ele mesmo) e nenhuma aresta paralela. Por outro lado, o grafo  $G_2$ , observado na Figura 2.2(b), é um grafo não-simples. Além disso, o grafo  $G_1$  é um grafo não ponderado, isto é, não há valores (custos) associados às arestas.

A definição de um grafo ponderado inclui uma função de peso  $w : E \to \mathbb{R}$ . Com isto, o grafo é definido pelo par (G, w). Por exemplo, o grafo  $G_3$ :

$$V(G_3) = \{a, b, c, d, e\},$$
(2.3)

$$E(G_3) = \{(a, d), (a, b), (c, b), (d, c), (c, e)\},$$
(2.4)

$$w_3 = \{(a,d) \to 2, (a,b) \to 2, (c,b) \to 4, (d,c) \to 7, (c,e) \to 5\},$$
(2.5)

é um grafo ponderado com função de peso  $w_3$ . A Figura 2.2(c) é uma representação deste grafo.

Além disso, o conjunto de arestas E(G) de um grafo G pode ser composto de pares ordenados. Desta forma, o grafo G é chamado de grafo direcionado. Caso não, ele é denominado grafo não-direcionado.

### Matriz de Adjacência de um Grafo

Uma outra forma de representar um grafo é por intermédio da matriz de adjacência. A matriz de adjacência  $\mathbf{A}$  de um grafo simples é a matriz com elementos  $A_{ij}$ , tal que:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se há uma aresta entre o vértice } i \in j, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
(2.6)

Por exemplo, a matriz de adjacência do grafo  $G_2$  é:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}$$
(2.7)

No caso de um grafo ponderado, a definição da matriz de adjacência é:

$$A_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \text{se há uma aresta entre o vértice i e j,} \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$
(2.8)

onde  $w_{ij}$  é o valor da função peso na aresta (i, j). Por exemplo, a matriz de adjacência do grafo  $G_3$  é:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 7 & 5 \\ 2 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix}$$
(2.9)

### Grau de um Vértice

O grau  $k_i$  de um vértice *i* em um grafo é igual ao número de arestas conectadas a ele. Para um grafo não direcionado com *n* vértices, o grau pode ser escrito a partir da matriz de adjacência (sem levar em consideração os pesos das arestas):

$$k_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}.$$
 (2.10)

Assim, o grau médio c de um vértice em um grafo não direcionado é dado por:

$$c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} k_i.$$
 (2.11)

Além disso, a quantidade de arestas m no grafo pode ser definido como:

$$m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} k_i.$$
 (2.12)

Portanto, combinando a Equação (2.12) com a Equação (2.11), c é dado por:

$$c = \frac{2m}{n}.\tag{2.13}$$

O número máximo possível de arestas em um grafo simples é  $\binom{n}{2} = \frac{1}{2}n(n-1)$ . A densidade  $\rho$  de um grafo é a fração das arestas que realmente existem:

$$\rho = \frac{m}{\binom{n}{2}} = \frac{2m}{n(n-1)} = \frac{c}{n-1}.$$
(2.14)

As redes em que todos os vértices têm o mesmo grau são chamadas de grafos regulares. Um grafo regular em que todos os vértices têm grau k é denominado grafo k-regular.

O grau de vértices em redes direcionadas é abordado de maneira diferente. Nestas redes, cada vértice tem dois tipos de graus: o grau  $k_i^{in}$ , representando a quantidade de arestas indo para o vértice i; e o grau  $k_i^{out}$ , a quantidade de arestas saindo do vértice i. Assim, os graus de um vértice i podem ser determinados com:

$$k_i^{in} = \sum_{j=1}^n A_{ij}$$
 e  $k_i^{out} = \sum_{i=1}^n A_{ji}.$  (2.15)

A distribuição da frequência dos graus é utilizada para apontar características específicas das redes. Ela é representada pela quantidade  $p_k$ , sendo a fração dos vértice da rede que tem grau k. O gráfico presente na Figura 2.3(a) representa a distribuição dos graus da rede na Figura 2.3(b).

### Caminhos dentro de um Grafo

Um caminho em um grafo é qualquer sequência de vértices em que todos os pares consecutivos dentro da sequência são conectadas por uma aresta. O tamanho de um caminho é definido como o número de arestas dentro do caminho. A quantidade



Figura 2.3: Exemplo grafo simples e sua distribuição de graus.

de caminhos independentes entre um par de vértices é chamado de conectividade entre os vértices.

Um caminho geodésico ou, um menor caminho, é um caminho entre dois vértices de forma que não há um caminho com menor tamanho entre eles no grafo, como observado na Figura 2.4(a). É possível não existir tal caminho, bem como existir mais de um. O tamanho do maior caminho geodésico entre quaisquer vértices de um grafo é denominado o diâmetro do grafo.



**Figura 2.4:** (a) Menor caminho de um grafo; (b) grafo com caminho euleriano; e (c) grafo com um caminho hamiltoniano.

Um caminho euleriano é um caminho que passa por cada aresta da rede exatamente uma vez, como o caminho da Figura 2.4(b). Ele tem este nome devido a solução de Euler sobre o problema de Königsberg, explicado na Seção 2.1 do Capítulo 2. Por outro lado, um caminho hamiltoniano é um caminho em que todos os vértices são visitados, por exemplo o da Figura 2.4(c).

### Componentes

Um par de vértices dentro de um grafo pode não ter caminhos entre si. Por exemplo, a rede da Figura 2.5(a) é dividida em dois subgrupos de vértices, não há caminhos entre esse dois subgrupos. Um grafo com esta característica é denominado desconectado, enquanto que, quando há caminho entre todos os vértices, o grafo é chamado de conectado.



Figura 2.5: Componentes em (a) um grafo direcionado e em (b) um grafo direcionado.

Os subgrafos em um grafo como o da Figura 2.5(a) são denominados componentes do grafo. Ou seja, um componente é um subconjunto dos vértices de um grafo, em que existe ao menos um caminho entre qualquer membro deste subconjunto com qualquer outro membro, e não há outro vértice dentro do grafo que possa ser adicionado ao subconjunto preservando essa propriedade.

A matriz de adjacência de uma rede com mais de um componente pode ser escrita na forma de blocos diagonais, isto é, os elementos não nulos da matriz são contidos dentro de blocos pela diagonal principal da matriz:

Deve-se notar que os índices dos vértices necessitam estar organizados corretamente para se fazer uso da forma de blocos diagonal.

No caso de grafos direcionais, há dois tipos de componentes. Se os sentidos no grafo são ignorados e o grafo é tratado como não direcional, os componentes encontrados são chamados de fracamente conectados. Por outro lado, ao levar em consideração os sentidos, os componentes determinados são denominados fortemente conectados. Na Figura 2.5(b), o grafo tem dois componentes fracamente conectados e cinco componentes fortemente conectados (em cinza).

### Coeficiente de Agrupamento

O coeficiente de agrupamento C de um grafo é a média de vizinhos em comum que cada vértice tem com seus próprios vizinhos. Em outras palavras, C indica a probabilidade de dois vizinhos estarem conectados, dado que tem vizinhos em comum. Este coeficiente de agrupamento foi proposto por Watts e Strogatz em [9].

Uma vez que um vértice *i* tem  $k_i$  vizinhos (vide Equação (2.11)), pode existir no máximo  $k_i(k_i - 1)/2$  arestas entre os vizinhos (no caso extremo em que todos os vizinhos estão conectados).  $C_i$  é a razão entre a quantidade de arestas que de fato existem  $E_i$  e o máximo que poderia existir, isto é:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}.$$
(2.17)

Dessa forma, o coeficiente de agrupamento C é definido como:

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} C_i.$$
 (2.18)

O valor de C está em contido em (0, 1] e no caso extremo, quando C = 1, o grafo é completamente conectado. Por exemplo, o grafo da Figura 2.6(a) tem coeficiente de agrupamento com valor 0, enquanto o da Figura 2.6(b) tem valor 0, 3.



Figura 2.6: Exemplos de grafos com coeficiente de agrupamento (a) igual à 0 e (b) igual à 0,3.

#### Matriz Laplaciana

O estudo de processos de difusão em redes tem uma grande importância porque a partir deles pode-se entender como a estrutura da rede influencia nos processos dispersão. Exemplos de como isto pode ser aplicado em redes reais: o alastramento de uma doença em um país ou cidade; a propagação de uma ideia em redes sociais; tráfego de carros em um bairro; entre muitos outros.

Seja  $\psi_i$  a quantidade de uma substância (uma ideia, uma informação, etc) no vértice *i*. Esta substância se move do vértice *j* para o vértice *i* a uma razão  $C(\psi_j - \psi_i)$ , sendo *C* uma constante de difusão. Dessa forma, em um pequeno intervalo de tempo, a quantidade da substância transportada de *j* para *i* é  $C(\psi_j - \psi_i)dt$ . Então, a taxa na qual  $\psi_i$  está mudando é dada por:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = C \sum_{j=1}^n A_{ij}(\psi_j - \psi_i).$$
 (2.19)

Dividindo os dois termos da Equação (2.19), pode-se escrever:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = C \sum_{j=1}^n A_{ij} \psi_j - C \psi_i \sum_{j=1}^n A_{ij},$$

$$= C \sum_{j=1}^n A_{ij} \psi_j - C \psi_i k_i,$$

$$= C \sum_{j=1}^n (A_{ij} - \delta_{ij} k_i) \psi_j,$$
(2.20)

onde  $k_i$  é o grau de um vértice *i* (vide Equação (2.10)). A Equação (2.20) pode ser escrita na forma de matriz como:

$$\frac{d\psi}{dt} = C(\mathbf{A} - \mathbf{D})\psi, \qquad (2.21)$$

onde  $\psi \in \mathbb{R}^n$  é o vetor no qual os componentes são os valores  $\psi_i$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é a matriz de adjacência e  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  é a matriz diagonal com os graus dos vértices em sua diagonal principal:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & k_3 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}.$$
(2.22)

A diferença entre matrizes da Equação (2.21) pode ser substituída por:

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A},\tag{2.23}$$

então a Equação (2.21) fica como:

$$\frac{d\psi_i}{dt} = C\mathbf{L}\psi,\tag{2.24}$$

que tem a mesma forma da equação da difusão ordinária para um gás, exceto pelo operador Laplaciano  $\nabla^2$ , que aparece na equação trocado pela matriz **L**. Esta matriz é chamada, por este motivo, de matriz laplaciana, apesar de sua importância ir bem além dos processos de difusão.

Os elementos da matriz laplaciana podem ser definidos como:

$$L_{ij} = \begin{cases} k_i & \text{se } i = j, \\ -1 & \text{se } i \neq j \text{ e há uma aresta } (i, j), \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$
(2.25)

isto é, ela tem os graus dos vértices em sua diagonal principal e um elemento -1 para cada aresta. Simplificadamente, pode-se escrever:

$$L_{ij} = \delta_{ij}k_i - A_{ij}, \qquad (2.26)$$

em que  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker.

Várias propriedades das redes podem ser inferidas utilizando a matriz laplaciana. Na realidade, ela aparece em vários tópicos de redes, incluindo *random walks* nas redes, redes de resistores, particionamento de grafo, conectividade de redes, entre outros [1].

Os autovalores  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \ldots \leq \lambda_n$  da matriz L são importantes porque eles se relacionam com muitas propriedades dos grafos. No caso de um grafo não direcionado, os autovalores são reais, uma vez que a laplaciana é uma matriz simétrica. Além disso, todos os autovalores da matriz laplaciana são não-negativos.

A partir dos autovalores de L, é possível concluir sobre a conectividade do grafo. Seja uma rede dividida em c componentes de tamanhos  $n_1$ ,  $n_2$ , ...,  $n_c$ , respectivamente. Então, ao organizar os vértices de forma que os  $n_1$  primeiros vértices sejam da primeira componente, os próximos  $n_2$  sejam da segunda e assim por diante, a matriz laplaciana pode ser representada por uma matriz de bloco diagonal:

Cada bloco é, por definição, a laplaciana da componente correspondente, já que cada bloco tem o grau dos vértice na diagonal e -1 em cada posição correspondente a uma aresta dentro do componente.

Dessa forma, é possível escrever c diferentes vetores que são autovetores de L com autovalor zero: os vetores que tem 1 em todas posições correspondem aos vértices em uma componente e zero no resto. Por exemplo, o vetor:

$$\mathbf{v} = (1, 1, 1, ..., 0, 0, 0, ...) \tag{2.28}$$

é um autovetor com autovalor zero.

Assim, em uma rede com c componentes, há sempre ao menos c autovetores com autovalor zero<sup>4</sup>. Um corolário deste resultado é que o segundo autovalor da matriz laplaciana  $\lambda_2$  não é zero se, e somente se, a rede é conectada. O autovalor  $\lambda_2$  também é chamado de conectividade algébrica da rede.

### 2.1.2 Modelos de Redes

Nesta seção, modelos para simular redes são expostos. Primeiramente, na Seção 2.1.2, é introduzido um modelo aleatório, importante na utilização como padrão de teste na comparação com redes reais. Na Seção 2.1.2, um modelo que simula

 $<sup>^{4}</sup>$ Na realidade, pode-se demostrar que o número de zero autovalores é sempre exatamente igual ao número de componentes [67].

o efeito mundo pequeno é apresentado. Por fim, na Seção 2.1.2, é descrito um modelo realista que simula características de muitas redes reais.

#### Modelo Erdös-Rényi

Um dos modelos mais simples e mais antigos é o grafo aleatório, introduzido por Solomonoff e Rapport em 1951 [68]. Apesar de ter sido deles a primeira contribuição no tópico, a teoria de grafos aleatórios não se desenvolveu muito até o final dos anos 60, quando vários artigos importantes apareceram simultaneamente [51, 52, 53, 69, 70]. Os trabalhos dos húngaros Erdös e Rényi foram os mais importantes e mais influentes para a atual teoria de grafos aleatórios [51, 52, 53].

Erdös e Rényi estudaram dois modelos similares de grafos aleatórios [71], conhecidos como  $G_{n,p}$  e  $G_{n,m}$ :

- $G_{n,m}$  é definido como o conjunto de todos os grafos consistindo de *n* vértices e *m* arestas, em que para gerar um grafo no conjunto, deve-se criar *m* arestas escolhendo aleatoriamente dois vértices dos *n* existentes.
- $G_{n,p}$  é o conjunto de todos os grafos de *n* vértices, em que cada par de vértice está conectado com probabilidade *p*. Assim, para criação de um grafo deste conjunto, deve-se conectar (ou desconectar) todos os possíveis pares de vértices com probabilidade *p* (ou 1 p).

Um exemplo de um grafo  $G_{n,m}$ , com n = 20 e m = 30, pode ser visto na Figura 2.7(a), enquanto a Figura 2.7(b) representa um grafo de  $G_{n,p}$ , com n = 20 e p = 0, 15.



**Figura 2.7:** Grafos aleatório gerados seguindo modelo de Erdös-Rényi (a)  $G_{n,m}$  com n = 20 e m = 30 e modelo (b)  $G_{n,p}$  com n = 20 e p = 0, 15.

Erdös e Rényi mostraram que muitas propriedades dos grafos aleatórios emergem não gradualmente, porém subitamente, quando arestas suficientes são adicionadas ao grafo. Atualmente, o modelo de Erdös-Rényi é utilizado como padrão de teste para comparar com redes reais e encontrar fenômenos e mecanismos dentro delas.

### Modelo Watts-Strogatz

Watts e Strogatz desenvolveram um modelo de rede sendo motivados por observações de propriedades comuns em redes do mundo real. Apesar de muitas pesquisas em grafos aleatórios, estudos empíricos forneceram evidências de que estruturas das redes encontradas na vida real não são aleatórias [54, 72]. O modelo Watts-Strogatz é motivado pela observação de que muitas das redes do mundo real apresentam as seguintes propriedades:

- (i) o efeito *small-world*: a maioria dos pares de vértice estão conectados por um pequeno caminho pela rede. Além disso, a média da distância vértice-vértice na rede aumenta logaritmicamente (ou mais lentamente) com o número total de vértice na rede.
- (ii) alto índice de agrupamento: há uma grande probabilidade que dois vértices estejam conectados diretamente caso eles tenham uma vizinhança em comum. Em redes sociais isto pode significar que duas pessoas têm probabilidades grandes de serem conhecidas, caso elas tenham algum conhecido em comum.

O efeito *small-world* em uma rede é simples de ser testado: calcular a média da distância entre todos os pares na rede. Entretanto, calcular o agrupamento é um pouco mais complicado e, por isso, Watts e Strogatz propuseram o coeficiente de agrupamento, definido na Equação (2.17).

Watts e Strogatz definiram que uma rede é *small-world*<sup>5</sup> caso tenham ambas propriedade (*i*) e (*ii*) ao compará-la a um grafo aleatório. Em outras palavras, sejam  $l_{rg} \in C_{rg}$ , respectivamente, a distância média entre vértices e coeficiente de clusterização de um grafo aleatório. Pela definição de Watts e Strogatz, uma rede é *small-world* caso tenha média vértice-vértice comparável a de um grafo aleatório  $l/l_{rg} \sim 1$  e se o coeficiente de agrupamento é muito maior do que o de um grafo aleatório  $C/C_{rg} \gg 1$ .

Para produzir um grafo com essas características, Watts e Strogatz combinaram grafos regulares com grafos aleatórios. A geração de uma rede *small-world* inicia com um grafo regular, como na Figura 2.8(a), cada aresta é reconectada com uma probabilidade p. A reconexão na aresta é feita trocando um dos vértices por um outro escolhido aleatoriamente. Ao final do processo, a rede ficará parecida como o exemplo apresentado na Figura 2.8(b).

Quando p = 0, a rede é um grafo regular com alto coeficiente de agrupamento e com o tamanho de caminho médio alto. No outro extremo, quando p = 1, o grafo se transforma em um grafo aleatório, com baixo coeficiente de agrupamento e tamanhos médios pequenos. Esta relação entre o valor de p e a estrutura do grafo está ilustrada na Figura 2.9.

Entretanto, entre os extremos há um intervalo considerável de valores de p em que a rede tem ambos alto índice de agrupamento e tamanho médio pequeno de

 $<sup>{}^{5}</sup>$ A expressão "rede *small-world*" é utilizada de forma inconsistente pelos pesquisadores. Além de ser muito empregada como sinônimo de uma rede seguindo o modelo Watts-Strogatz, ela também pode se referir a uma rede que apresenta unicamente o efeito *small-world* [71].



Figura 2.8: (a) Estrutura inicial do modelo de Watts-Strogatz e (b) estrutura final small-world.



Figura 2.9: Relação do valor de p no modelo de Watts-Strogatz e a estrutura final gerada.

caminhos, isto é, é uma rede *small-world* pela definição de Watts e Strogatz. O comportamento de como esses valores variam em função de p pode ser verificado no gráfico da Figura 2.10.



Figura 2.10: Comportamento dos valores do coeficiente de agrupamento e tamanho de caminho médio com relação aos valores de p.

### Modelo Barabási-Albert

Em paralelo aos estudos desenvolvidos por Watts e Strogatz, Albert *et al.* também investigaram a estrutura de grandes redes reais com objetivo de testar tais redes com o modelo de grafos aleatórios [73]. Eles estudaram a rede WWW<sup>6</sup> (*World Wide Web*), em que os vértices são páginas da *Web* e as arestas são *links* que levam para outras páginas, e que, na época, tinha mais de 800 milhões de documentos [74, 75].

Albert *et al.* estavam preocupados em descobrir o que chamavam de 'diâmetro' da *Web*, isto é, a distância média entre duas páginas na *Web*. Eles descobriram que a WWW apresentavam efeito *small-world*, com distância média entre vértices de 11, 2. Apesar do trabalho ter foco no 'diâmetro' da rede, o resultado marcante da pesquisa foi a descoberta de que a WWW tem uma distribuição que segue uma lei de potência<sup>7</sup>. Ou seja, a distribuição de grau da rede exibe invariância de escala e pode ser expressa como  $p_k \sim k^{\gamma}$ .

A WWW é uma rede direcionada e, portanto, apresenta duas distribuições de graus. Caso a rede fosse aleatória seguindo o modelo Erdös-Rényi, elas seguiriam a distribuição de Poisson  $p_k \sim z^k/k!$ , em que z é a média do grau da rede. Entretanto, Albert *et al.* encontraram que ambas são distribuições seguindo uma lei de potência:

$$p_{k_{in}} \sim k_{in}^{-\gamma_{in}},\tag{2.29}$$

$$p_{k_{out}} \sim k_{out}^{-\gamma_{out}},$$
 (2.30)

em que  $k_{in} \simeq 2, 1$  e  $k_{out} \simeq 2, 45$ .

Apesar da diferença entre a distribuição Poisson e a distribuição da lei de potência não ser aparente, ela tem grandes implicações. A longa cauda da lei de potência decai muito mais devagar do que a cauda da distribuição de Poisson. Nas redes, isso significa que há uma grande parte de nós da rede com poucas conexões, porém há um número razoável de nós com grandes vizinhanças. Os nós com graus grandes são muitas vezes chamados de *hubs*. Eles podem desempenhar papeis importantes nas redes.

As redes que têm uma distribuição de grau seguindo uma lei de potência são denominadas redes livre de escala (*scale-free*). Na realidade, foi descoberto que muitas redes da natureza seguem uma distribuição livre de escala, pode-se citar: as interações metabólicas [59], as redes neurais [60], as redes de citações científicas [61], o mercado financeiro [62, 63], a *World Wide Web* [64], a Internet [65], entre outras.

Em outro trabalho, Barabási e Albert apontaram que a característica livre de escala é uma consequência de dois mecanismos [10, 58]:

- (i) redes se expandem continuamente pela adição de novos vértices;
- (ii) novos vértices normalmente se ligam a nós que já estão bem conectados.

 $<sup>^{6}</sup>$ Albert *et al.* construíram mapa da *web* para os domínios nd.edu.mit.edu e whitehouse.gov.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>O mesmo resultado foi também descoberto independentemente por Kleinberg *et al.* [76].
O crescimento e ligação preferencial é uma explicação simples para a emergência de redes *scale-free*. Para demonstrar isso, Barabási e Albert propuseram um modelo em que a rede cresce pela adição de um novo vértice a cada iteração com m arestas conectadas a ele. O outro lado da aresta é conectado a um dos vértices já presente na rede, escolhido aleatoriamente com probabilidade proporcional ao seu grau [10, 58].

Seja  $k_i$  o grau do vértice  $k_i$ , então a probabilidade da aresta de um novo vértice adicionado a rede estar conectado ao vértice i é:

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}.$$
(2.31)

Eles demonstraram que ao seguir essa abordagem, uma rede é gerada com distribuição seguindo:

$$P(k) = \frac{2m^2t}{k^3}.$$
 (2.32)

Uma variação desse modelo, denominado modelo Bianconi-Barabási, define que a probabilidade de um nó se conectar a outro nó é dada por um termo que depende da aptidão do nó envolvido no ambiente [77].

#### 2.1.3 Análise Espectral

A matriz de adjacência também pode fornecer informação sobre a estrutura do grafo. O espectro de um grafo é definido como o conjunto de autovalores da matriz de adjacência:

$$\mathbf{Spec}(G) = \{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\}.$$
(2.33)

A densidade espectral de um grafo é definida como a densidade desses autovalores, representada como uma função densidade:

$$\rho(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \delta(\lambda - \lambda_j), \qquad (2.34)$$

em que  $\delta(x)$  é o delta de Dirac. Nesta dissertação, o delta de Dirac é definido como segue:

$$\delta(x) \equiv \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} e^{-x^2/\alpha^2}, \qquad (2.35)$$

com abertura da gaussiana  $\alpha$  igual à 0,5.

Farkas *et al.* demonstraram que características da topologia de alguns tipos de grafo (grafos aleatórios, redes *small-world* e as redes *scale-free*) podem ser identificadas a partir da densidade espectral do grafo [78]. A Figura 2.11(a) exibe a densidade espectral de um grafo aleatório utilizando vários valores para p. Por outro lado, a Figura 2.11(b) é a densidade espectral de um grafo do modelo Watts-Strogatz.

Além disso, eles apresentaram ferramentas práticas para a identificação de tipos básicos de grafos aleatórios e para a classificação de grafos do mundo real, baseando-se nos autovalores extremos da matriz de adjacência.



**Figura 2.11:** Densidade espectral de grafos seguindo (a) o modelo Erdös-Rényi e (b) o modelo Watts-Strogatz, com vários valores de p.

Os autovalores extremos contêm informação do grafo, Farkas *et al.* mostraram que o primeiro autovalor é desanexado do resto do espectro, dependendo da periodicidade presente na estrutura do grafo. Dessa forma, eles propuseram uma quantidade denominada R, definida como:

$$R = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_N},\tag{2.36}$$

que informa a distância do primeiro autovalor para o resto de  $\rho(\lambda)$ .

O valor R pode ser utilizado para distinguir algumas características de estrutura dos grafos: (i) periódico ou quase periódico (redes *small-world*); (ii) não correlacionado e não periódico; e (iii) bastante correlacionado e não periódico (rede livre de escala).

## 2.2 Otimização por Enxame de Partículas

Otimização por Enxame de Partículas (PSO, do inglês, *Particle Swarm Optimization*) é uma técnica estocástica, biologicamente inspirada e baseada em população proposta por Kennedy e Eberhart em 1995 [23, 24, 79]. A ideia inicial do trabalho era desenvolver uma maneira de simular graficamente a coreografia de pássaros, objetivando descobrir os padrões que governam a habilidade de voarem em bando de forma aparentemente síncrona e de, subitamente, se reagruparem e modificarem a direção do bando [12].

Desta primeira ideia, surgiu uma simples e eficiente técnica para otimização de funções, que faz pouca ou nenhuma suposição sobre o problema tratado. O PSO é utilizado comumente para otimização em espaços de busca com alta dimensionalidade e com variáveis contínuas. Em 2007, com um pouco mais de uma década de existência, já haviam sido relatadas centenas de aplicações da técnica [80, 81].

O PSO é uma meta-heurística e não utiliza o gradiente do problema tratado, portanto não há garantia de que a técnica encontrará uma solução ótima. Também por conta disto, o PSO não requer que a função custo do problema seja diferenciável, como necessário pela maioria dos métodos clássicos de otimização. Desta forma, ele pode ser utilizado em problemas que são dinâmicos, com ruídos, com informação incompleta, etc.

No PSO, os indivíduos são denominados partículas, cada uma representando uma possível solução para o problema. As modificações das posições das partículas são baseadas na tendência sócio-cognitiva dos indivíduos de simularem o sucesso de outros indivíduos [12]. Para simular este comportamento, cada partícula i é definida por quatro vetores:

- $\vec{x_i}$  a posição atual da partícula;
- $\vec{v_i}$  a velocidade atual da partícula;
- $\vec{p_i}$  a melhor posição encontrada pela partícula;
- $\vec{n_i}$ a melhor posição encontrada pela vizinhança da partícula.

As partículas se movimentam pelo espaço de busca do problema, cada uma atualizando sua posição de acordo com a sua velocidade atual  $\vec{v}_i(t)$ , a sua melhor posição encontrada  $\vec{p}_i(t)$  e a melhor posição  $\vec{n}_i(t)$  encontrada até então por sua vizinhança de partículas durante a busca.

No artigo seminal de Kennedy e Eberhart [24], a velocidade e a posição de cada partícula i são atualizadas iterativamente utilizando as seguintes equações:

$$\vec{v}_i(t+1) = \vec{v}_i(t) + r_1 c_1 [\vec{p}_i(t) - \vec{x}_i(t)] + r_2 c_2 [\vec{n}_i(t) - \vec{x}_i(t)], \qquad (2.37)$$

$$\vec{x_i}(t+1) = \vec{x_i}(t) + \vec{v_i}(t+1), \qquad (2.38)$$

em que  $r_1$  e  $r_2$  são números gerados aleatoriamente a cada iteração para cada dimensão utilizando uma distribuição uniforme dentro do intervalo [0, 1]. As constantes  $c_1$  e  $c_2$  são chamadas de aceleração cognitiva e aceleração social, respectivamente, e ponderam o componente cognitivo e o componente social, detalhados na Seção 2.2.1.

As partículas são atualizadas utilizando a Equação (2.37) até um critério de parada ser atingido. Algumas condições para término do algoritmo são utilizadas: o máximo número de iterações é alcançado; uma solução aceitável é encontrada; as soluções não melhoram por um número de iterações; o raio do enxame é próximo de zero; entre outras [12].

O pseudocódigo do algoritmo do PSO é apresentado no Algoritmo 1.

Apesar do algoritmo do PSO ser simples, há várias particularidades presentes na técnica. Elas são discutidas na Seção 2.2.1, bem como modificações propostas nas equações de atualização das partículas. Por fim, os esquemas de comunicação (topologia) que definem como as partículas estão conectadas são discutidos na Seção 2.2.2.

```
Algoritmo 1: Pseudocódigo do PSO.
```

```
1 Cria um enxame, inicializando aleatoriamente cada partícula i em uma
   posição \vec{x_i} e a velocidade \vec{v_i}
2 enquanto critério de parada não é satisfeito faça
       para cada partícula i = 1 até N faça
3
           \vec{n_i} \leftarrow \text{posição} da melhor partícula vizinha de i
\mathbf{4}
       fim
\mathbf{5}
       para cada partícula i = 1 até N faça
6
            Atualiza \vec{v_i} utilizando a Equação (2.37)
7
            Atualiza \vec{x_i} utilizando a Equação (2.38)
8
            se f(\vec{x_i}) é uma solução melhor do que f(\vec{p_i}) então
9
             \vec{p_i} \leftarrow x_i
10
            \mathbf{fim}
11
       fim
12
13 fim
```

## 2.2.1 Particularidades da Técnica

Nesta seção, alguns detalhes do PSO são aprofundados. Na Seção 2.2.1, a influência do componente cognitivo e do componente social no desempenho da técnica é discutida. Os limites de velocidade que podem ser aplicados às partículas são descritos na Seção 2.2.1. As duas últimas seções tratam de métodos utilizados para controlar o comportamento do enxame: na Seção 2.2.1, o peso inercial é exposto; e o fator de constrição é explicado na Seção 2.2.1.

## Modelos de Velocidade

A equação da velocidade (Equação (2.37)) é composta por três componentes:

- o componente de inércia vi: utilizado como uma memória da direção e velocidade da partícula. O termo é visto como o momento linear da partícula que evita mudança drástica da direção da partícula;
- o componente cognitivo  $r_1c_1[\vec{p}_i(t) \vec{x}_i(t)]$ : o termo é a memória individual da melhor posição da partícula. Por conta dele, as partículas também têm a tendência de voltar às suas melhores posições. Kennedy e Ebehart o chamaram de "nostalgia" da partícula [24];
- o componente social  $r_2c_2[\vec{n}_i(t) \vec{x}_i(t)]$ : conceitualmente, o componente lembra um grupo de normas ou padrões que os indivíduos procuram manter. O efeito no enxame é que cada partícula é levada também em direção a melhor posição encontrada por sua vizinhança.

Kennedy investigou diferentes equações de velocidade com a utilização de menos componentes, objetivando entender a importância de cada termo [82]. Ao excluir o componente social, surge o modelo apenas cognitivo (conhecido, em inglês, como *cognitive-only*):

$$\vec{v}_i(t+1) = \vec{v}_i(t) + r_1 c_1 [\vec{p}_i(t) - \vec{x}_i(t)].$$
(2.39)

O comportamento das partículas neste caso é comparado à nostalgia, ilustrando a tendência das partículas de retornarem em direção às suas melhores posições. Na análise de Kennedy, o modelo se mostrou mais vulnerável a falhas do que o modelo completo [83].

O modelo apenas social (conhecido, em inglês, como *social-only*) exclui o componente cognitivo da equação:

$$\vec{v}_i(t+1) = \vec{v}_i(t) + r_2 c_2 [\vec{n}_i(t) - \vec{x}_i(t)].$$
(2.40)

Nesta abordagem, partículas não tem tendência de retornarem para suas melhores posições. Todas as partículas são atraídas em direção a melhor posição de sua vizinhança. Kennedy mostrou que este modelo tem maior velocidade de convergência, mas apresenta maior probabilidade de convergência prematura.

#### Limite de Velocidade e de Espaço

Na primeira abordagem do PSO, as partículas podem entrar em um estado em que suas velocidades e posições tendem ao infinito, chamado de estado de explosão. Para evitá-lo, no algoritmo original, as velocidades das partículas são limitadas a um valor máximo [79].

Além da velocidade, a posição da partícula também pode ser limitada dentro de um intervalo no espaço de busca. Dessa forma, evita-se exploração de espaço desnecessário [84].

Ambos limites utilizados são dependentes do problema de otimização tratado. Muitas abordagens já foram propostas para o limite de velocidade [85, 86, 87, 88]. A mais simples [85, 86] ajusta a velocidade máxima se baseando nos limites do espaço:

$$\vec{V}_{max} = \delta(x_{max} - x_{min}), \qquad (2.41)$$

em que  $\delta \in [0, 1]$ .

#### **Peso Inercial**

Shi e Ebehart introduziram o peso inercial como um mecanismo para controlar a busca em largura e a busca em profundidade e como um mecanismo para eliminar a necessidade de limitar a velocidade das partículas [89, 90]. O peso inercial w controla o momento linear da partícula ponderando a contribuição da velocidade anterior. A equação com o peso inercial é dada por:

$$\vec{v_i}(t+1) = w\vec{v_i}(t) + r_1 c_1 [\vec{p_i}(t) - \vec{x_i}(t)] + r_2 c_2 [\vec{n_i}(t) - \vec{x_i}(t)].$$
(2.42)

Basicamente, w controla o quanto a velocidade anterior irá influenciar a nova velocidade. Dessa forma, o seu valor é extremamente importante para assegurar a convergência e para controlar o tipo de busca (em largura e em profundidade).

Para  $w \ge 1$ , as velocidades aumentam com o tempo, acelerando com tendência a velocidade máxima e o enxame diverge, já que as partículas não conseguem voltar em direção de regiões mais promissoras. Para w < 1, as partículas desaceleram até que suas velocidade atinjam zero (dependendo dos valores dos coeficientes de aceleração) [12].

Dessa forma, valores grandes para w facilitam a busca em largura com aumento de diversidade, enquanto um pequeno valor para w ajuda na busca em profundidade. Além disso, quanto menor o tamanho de w, mais os componentes social e cognitivo controlam a atualização da posição [12].

O valor ótimo para o peso inercial w é dependente do problema tratado [86]. Entretanto, a escolha do seu valor deve ser feito em conjunto com a seleção de  $c_1$  e  $c_2$  [91, 92]. Inicialmente, Shi e Eberhart utilizaram valores estáticos para w, porém há abordagens em que o valor é modificado durante o processo.

Em geral, as abordagens dinâmicas começam com um valor próximo a "1", diminuindo ao longo do tempo. Assim, as partículas fazem busca em largura nas iterações iniciais e busca em profundidade no final do processo. Várias abordagens dinâmicas podem ser citadas: decrescimento linear [93, 94, 95, 96]; decrescimento não-linear [97, 98, 99]; ajustes aleatórios [97]; atualização com lógica fuzzy [100, 79]; crescimento de peso [101]; entre outros.

O objetivo inicial de Shi e Ebehart ao introduzir o peso inercial era de criar um mecanismo para controlar a busca do enxame e, ao mesmo tempo, um mecanismo para eliminar o limite de velocidade. Entretanto, em seus experimentos, eles conseguiram apenas resolver o problema do controle do tipo busca do enxame [12].

#### Fator de Constrição

Clerc [102] e Clerc e Kennedy [103] propuseram uma abordagem em que as velocidades são constringidas por uma constante  $\chi$ , denominada coeficiente de constrição. Neste modelo, a equação de atualização de velocidade das partículas é dada por:

$$\vec{v}_i(t+1) = \chi \cdot \{ \vec{v}_i(t) + r_1 c_1[\vec{p}_i(t) - \vec{x}_i(t)] + r_2 c_2[\vec{n}_i(t) - \vec{x}_i(t)] \},$$
(2.43)

em que

$$\chi = \frac{2k}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, \ \varphi = c_1 + c_2, \tag{2.44}$$

e  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ ,  $\varphi_1 = c_1 r_1$  e  $\varphi_2 = c_2 r_2$ .

Esta abordagem foi desenvolvida como uma forma de garantir a convergência para um ponto estável, sem a necessidade de limitar a velocidade das partículas. Clerc mostrou que, ao respeitar que  $\varphi \ge 4$  e  $k \in [0, 1]$ , a convergência do enxame é garantida. Além disso, a velocidade é reduzida a cada iteração, uma vez que a constante  $\chi$  é um valor em [0, 1].

O parâmetro k na Equação (2.44) controla a busca do enxame. De forma que, para valores  $k \approx 0$ , convergência rápida é alcançada com busca em profundidade enquanto com valores  $k \approx 1$ , a convergência é lenta com busca em largura [12]. Com relação ao controle de busca do enxame, o modelo de constrição equivale efetivamente a abordagem do peso inercial. Para um valor específico de  $\chi$ , o equivalente modelo inercial pode ser obtido simplesmente ajustando  $w = \chi$ ,  $\varphi_1 = \chi c_1 r_1$  e  $\varphi_2 = \chi c_2 r_2$ .

Apesar da semelhança, existem algumas diferenças entre as abordagens. Especificamente no modelo de constrição:

- (i) não é necessário o limite de velocidade<sup>8</sup>;
- (ii) a convergência é garantida dado que as condições sejam respeitadas;
- (iii)  $\varphi_1 \in \varphi_2$  regulam o comportamento das partículas.

## 2.2.2 Topologia de Comunicação

A topologia de comunicação do enxame define a vizinhança de cada partícula, isto é, o subconjunto de partículas com qual cada partícula pode se comunicar [84]. Por exemplo, a Figura 2.12 ilustra uma estrutura que representa a topologia de um enxame, de forma que o vértice i corresponde à partícula i do enxame e uma aresta (i, j) significa que a partícula i pode se comunicar com a partícula j. Neste grafo, observa-se que a partícula i pode se comunicar apenas com partículas  $j \in k$ .



Figura 2.12: Uma exemplo de estrutura que define a topologia de comunicação de um enxame.

Por conta dessa limitação na comunicação de cada partícula, a topologia é fundamental na definição de  $\vec{n_i}$ , vide Algoritmo 1. Dessa forma, a informação que trafega pelas partículas é determinada pela topologia de comunicação utilizada pelo enxame [43].

Até mesmo quando são utilizados diferentes tipos de equações de atualização, o desempenho depende no mecanismo de troca de informação presente no enxame. Na realidade, pode-se dizer que a unicidade do algoritmo PSO está na interação dinâmica entre as partículas [25].

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Apesar de não ser necessário utilizar o limite de velocidade com o modelo de constrição, Eberhart e Shi mostraram que se o limite de velocidade é utilizado, convergência mais rápidas são obtidas [104].

Baseando-se em estudos de Watts [57, 9], que mostrava que aspectos da rede em si afetava o fluxo de informação em redes sociais, Kennedy e Mendes analisaram os impactos da topologia no desempenho algoritmo PSO [25]. Eles mostraram que a presença de intermediários desacelera o fluxo de informação. Por outro lado, se mais indivíduos estão conectados, a informação flui mais rapidamente.

Dessa forma, quando a distância média entre os nós é muito pequena, há uma tendência da população se mover rapidamente em direção a melhor solução encontrada em iterações iniciais [26, 39]. Para problemas unimodais simples, isso normalmente implica em uma convergência rápida ao ótimo global.

Entretanto, a convergência rápida pode significar uma convergência prematura a um mínimo local, especialmente em problemas multimodais [84]. Neste caso, topologias de comunicação com menor número de conexões podem ajudar a alcançar melhores resultados [25].

No artigo seminal do PSO, a topologia utilizada foi a global, conhecida como  $G_{best}$ , representada na Figura 2.13(a) [24]. Ela é uma topologia estática em que todas as partículas do enxame são vizinhas de todas as outras partículas do enxame. Dessa forma, a memória social das partículas é compartilhada entre todo o enxame. Esta estrutura conduz a uma convergência rápida, uma vez que a informação se espalha rapidamente.



Figura 2.13: As duas topologias estática de comunicação do enxame mais utilizadas no PSO.

Por outro lado, em topologias locais<sup>9</sup>, também conhecida como  $L_{best}$ , cada partícula apenas compartilha informação com um subconjunto do enxame. Então, a memória social não é a mesma para todo o enxame. A topologia Anel, visualizada na Figura 2.13(b), é uma topologia local em que cada partícula tem um vizinho de cada lado. A informação se espalha lentamente pelo enxame e regiões diferentes do espaço de busca são exploradas, porém mais iterações para alcançar a convergência são necessárias [84].

Os dois comportamentos extremos dessas topologias têm incentivado os pesquisadores a proporem abordagens que podem apresentar convergência rápida,

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>A expressão "topologia local" era utilizada como sinônimo de topologia Anel nos primeiros trabalhos sobre topologia de enxames. Nesta dissertação, "topologia local" significa topologias em que a memória social não é a mesma para todo o enxame.

evitando mínimos locais. Nas seguintes subseções, três grupos de topologias são introduzidos: estáticas, dinâmicas e baseadas em Ciência das Redes.

#### Topologia Estática

Em uma topologia estática, a vizinhança das partículas se mantém a mesma durante o processo de busca. Várias topologias estáticas foram propostas tentando mesclar as características da topologia Anel e a topologia Global [43, 42, 27, 25, 40, 39, 41, 44]. Elas são, em geral, baseadas em grafos k-regulares.

A topologia representada na Figura 2.14(a) é chamada de topologia *Four Clus*ters<sup>10</sup>. Nesta topologia, agrupamentos de partículas estão conectados entre si por intermédio de partículas disseminadoras [28]. As partículas dentro de cada agrupamento estão conectadas entre si como uma topologia Global. Entretanto, cada partícula disseminadora está conectada às outras disseminadoras, agindo como um informante do seu agrupamento, propagando informação sobre ele para os outros agrupamentos.



Figura 2.14: Topologias estáticas de comunicação de enxames utilizadas com o PSO.

A topologia Focal é visualizada na Figura 2.14(b). Uma única partícula é o foco do enxame, ela atualiza sua posição baseada no desempenho das outras

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Apesar do nome *Four Clusters* (ou 'quatro agrupamentos"), a quantidade de agrupamentos não é necessariamente quatro. Na realidade, a quantidade de agrupamentos é um parâmetro da topologia.

partículas [43]. Se o foco melhora sua posição, isto será transmitido para todo o enxame.

Na topologia von Neumann, as partículas estão conectadas como uma grade. Cada partícula tem vizinhos acima, abaixo e de cada lado, como pode ser visto na Figura 2.14(c) [25]. Esta estrutura é comumente utilizada para representar vizinhanças em Computação Evolucionária e em Autômatos Celulares [39]. Kennedy e Mendes apontaram essa topologia como a topologia estática mais consistente em seus experimentos [25].

#### **Topologias Dinâmicas**

Em topologias dinâmicas, a vizinhança de cada partícula é modificada durante o processo de busca seguindo alguma regra. Um primeiro estudo sobre topologias dinâmicas foi feito por Suganthan [95]. Ele propôs que as vizinhanças fossem formadas com base nas distâncias euclidianas entre as partículas, porém esta abordagem foi abandonada devido ao alto custo computacional no cálculo das distâncias a cada iteração [12].

Alguns estudos sobre abordagens dinâmicas para a definição da topologia de comunicação das partículas foram realizados. Pode-se citar:

- FDR-PSO (do inglês, *Fitness-Distance-Ratio-based PSO*) foi proposto por Peram et al. [105]. No FDR-PSO, cada partícula seleciona a mais próxima e com o melhor *fitness* como guia na atualização de sua velocidade;
- Janson e Middendorf propuseram uma estrutura de árvore hierárquica, em que as partículas são dinamicamente colocadas em diferentes camadas de topologia baseado em seus *fitness*, as partículas em diferentes camadas têm diferentes impactos na direção da busca da população [106];
- Wang e Xiang desenvolveram uma topologia Anel que muda dinamicamente [107]. Neste modelo, a topologia da população é dinamicamente ordenada baseando-se no seu *fitness*; e partículas diferentes tem tamanhos de vizinhança diferente dependendo de sua posição no anel;
- Liu *et al.* criaram uma outra variante, na qual uma partícula, chamada partícula centro, é introduzida para visitar o centro do enxame a cada iteração [108]. Desta partícula centro se espera que, gradualmente, ela convirja ao ótimo global durante a convergência da população do enxame;
- Liang *et al.* propuseram uma estratégia de aprendizado [109]. Neste modelo, todos os *p-best* das partículas podem potencialmente serem utilizados como exemplares para guiar a direção das partículas. Além disso, diferentes dimensões da partícula podem aprender com diferentes exemplares em diferentes iterações;
- Akat e Gazi investigaram a performance de três métodos para dinamicamente determinar o vizinho da partícula: utilizando os vizinhos mais próximo no

espaço de busca, os vizinhos mais próximo no espaço da função e vizinhos aleatórios [110];

- FIPS (do inglês, *Fully Informed PSO*) foi introduzido por Mendes e Kennedy [28, 39]. No FIPS, o vetor de velocidade de uma partícula é influenciado por todos os vizinhos, em vez de apenas um;
- Carvalho e Bastos-Filho propuseram o ClanPSO, em que as partículas estão agrupadas em vários grupos. Em cada iteração, um líder é escolhido por grupo e há uma conferência entre os líderes, na qual informações sobre cada agrupamento é transmitida [111].

#### Topologias Baseada em Ciência das Redes

Apesar de muitas topologias terem sido propostas e algumas delas terem obtido alto nível de qualidade nas soluções em diferentes funções de teste, pouca atenção é dada à investigação a partir da inspiração do PSO. Em outras palavras, essas propostas, em geral, são modelos de comunicação estáticos e arbitrários que têm desempenhos regulares, que não se assemelham a interação existente nas redes dos sistemas biológicos complexos.

Na realidade, a observação de que essas topologias de comunicação não são semelhantes à natureza coloca em questão os benefícios que podem ser obtidos ao mimetizar de fato as estruturas do mundo real e sistemas naturais. Contudo, deve-se frisar que tais estratégias são motivadas não somente por tentar deixar o algoritmo parecido com a sua inspiração natural, mas pelas características presentes nessas redes biológicas que podem ser úteis ao desempenho da técnica [112, 113, 114].

Por exemplo, o Modelo Barabási-Albert para geração de redes livre de escala, discutido na Seção 2.1.2, parte do princípio de que as redes estão evoluindo e crescendo continuamente [10, 58]. Apesar da ideia de crescimento de um enxame, por ora, não se encaixar às técnicas atuais, a noção das redes seguindo uma evolução faz sentido em enxames, uma vez que os indivíduos estão em constante atualização. Além disso, como há a distinção de qualidade dos indivíduos, pode-se também ter a ideia de ligação preferencial, que é presente no modelo.

Recentemente, surgiu o interesse na adição de redes livres de escala em otimização evolucionária [115, 116, 117, 118]. Kirley e Stewart demonstraram que em problemas multi-objetivos específicos, populações evoluindo com estruturas livre de escala superam populações evoluindo com estruturas aleatórias, *small-world* e regulares quando o número de objetivos aumentam [118].

Algumas topologias de comunicação para o PSO foram propostas, podendo ser citadas:

 Godoy e von Zuben propuseram a utilização de uma topologia baseada no Modelo BA, denominada CNPSO (do inglês, Complex Neighborhood based Particle Swarm Optimization) [119]. Nesta abordagem, o enxame inicia com uma topologia livre de escala gerada a partir do Modelo BA e então as partículas são conectadas ou desconectadas dependendo do seu *fitness*. O algoritmo do CNPSO é descrito no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Pseudocódigo do CNPSO.

1 (	Criar um grafo $Z$ utilizando o Modelo BA representando a topologia;		
2 e	enquanto critério de parada não é satisfeito faça		
3	<b>para</b> cada partícula $j = 1$ até N <b>faça</b>		
4	$best_fitness \leftarrow \infty;$		
5	para todo $k \in Z_j$ faça		
6	${f se}\;f(ec{p_k}) < best\_fitness\;{f ent{ ilde o}}$		
7	$best\_fitness \leftarrow f(\vec{p_k});$		
8	$\vec{b} \leftarrow \vec{p_k};$		
9	fim		
10	fim		
11	Atualizar partícula $j$ ;		
12	se iteração mod vezes = $0$ então		
13	Selecionar uma aresta aleatória $e(u, v)$ de $Z$ ;		
14	$ ext{se } f(ec{p_u}) \leq f(ec{p_v})  ext{ então}$		
15	$      \vec{n}_{best} \leftarrow u;$		
16	senão		
17	$      \vec{n}_{best} \leftarrow v;$		
18	fim		
19	Remover $e$ ;		
20	Selecionar nó aleatório $\vec{n}_{destiny}$ em $Z$ ;		
21	Adicionar aresta $(\vec{n}_{best}, \vec{n}_{destiny})$ a Z;		
<b>22</b>	fim		
23	fim		
24 fi	im		

No CNPSO, a topologia do enxame é uma estrutura livre de escala e não leva em consideração qualquer informação das partículas. Dessa forma, pode existir uma partícula não promissora como um hub no enxame, que pode conduzir as outras partículas em direção a regiões também não promissoras.

Além disso, a topologia inicial tem efeito *small-world*, isto é, ela tem um menor caminho médio pequeno. Esta característica pode não ser desejável nos estágios iniciais do algoritmo devido à possibilidade do enxame ser atraído para um mínimo local nas iterações iniciais, já que a informação flui pelas partículas rapidamente.

• Zhang *et al.* combinaram as ideias do *FIPS* e do Modelo BA para proporem o *SFIPSO* (do inglês, *Scale-Free Fully Informed Particle Swarm Optimization*) [120]. Para deixar a comunicação seguindo uma estrutura livre de escala, há um mecanismo de construção da topologia do enxame que leva em consideração alguns atributos das partículas: a quantidade de vizinhos; o valor do *fitness*; e a distância euclidiana entre as partículas.

Na primeira fase de inicialização do enxame, as partículas são divididas em ativas e passivas. As partículas ativas estão conectadas globalmente entre si e participam da busca ajustando suas posições e velocidades. Por outro lado, as passivas estão desconectadas e não ajustam seus vetores permanecendo em suas posições iniciais.

Após a inicialização, ocorre a segunda fase em que as partículas passivas são gradualmente conectadas às ativas. A cada iteração, exatamente uma partícula passiva é conectada às outras partículas. Essas conexões acontecem baseando-se na conectividade preferencial.

Ainda na segunda fase, as partículas ativas continuam o processo de busca paralelamente à construção da topologia. Quando a topologia de comunicação está completa (*i.e.* não há mais partículas passivas), inicia-se a terceira fase do *SFIPSO*, na qual as velocidades e as posições das partículas são atualizadas seguindo uma equação similar a da abordagem FIPS.

Uma das desvantagens do *SFIPSO* é a necessidade de definir partículas ativas e partículas passivas.

 Com uma abordagem mais simples, denominada SOTDFR (do inglês, Self-Organising Topology Driven by Fitness Rank), Simin Mo et al. propuseram a inserção de um mecanismo de adição e remoção das ligações entre as partículas [121, 122]. Este processo ocorre ao final de cada iteração e utiliza a posição das partículas em um ranking global gerado a partir da qualidade das soluções encontradas por cada partícula.

Deve-se realçar que em todas as abordagens apresentadas de topologia baseadas em Ciência das Redes, *CNPSO*, *SFIPSO* e *SOTDFR*, os mecanismos de reconexão não levam em consideração informação sobre o estado dinâmico das partículas. Ou seja, não importa se uma partícula está presa ou não em um mínimo local, o mecanismo irá realizar modificações na conectividade sem essa informação.

As modificações ocorrem após um número constante de iterações, assim, partículas aleatórias têm suas conexões modificadas mesmo se elas estão tendo sucesso ou não. Dessa forma, as abordagens descritas não são dinâmicas no sentido que o mecanismo não é baseado na condição do enxame, mas baseado em partículas aleatórias em qualquer estado.

# Capítulo 3 Contribuição

"For millions of years, mankind lived just like the animals, then something happened which unleashed the power of our imagination: we learned to talk and we learned to listen. Mankind's greatest achievements have come about by talking and its greatest failures by not talking. All we need to do is make sure we keep talking." Stephen Hawking em Pink Floyd - Keep Talking

Os objetivos desta dissertação são, empregando conceitos de Ciência das Redes, criar uma topologia de comunicação dinâmica das partículas do PSO, visando balancear o comportamento do enxame durante o processo de otimização e avaliar o fluxo de informação dentro do enxame.

Neste capítulo, as propostas desta dissertação são apresentadas. Na Seção 3.1, um mecanismo de geração dinâmica da topologia de comunicação do enxame baseado no Modelo de Barabási-Albert é proposto. Para a avaliação do fluxo de informação, uma nova abordagem para capturar como a informação flui é apresentada na Seção 3.2, bem como métricas para analisá-la.

## 3.1 Topologia Dinâmica

No decorrer do processo de busca, seria ideal o enxame se comportar de maneira que consiga balancear sua busca entre a operação em profundidade e em largura dependendo da necessidade operacional. Esta dinâmica pode assim evitar que problemas de estagnação ocorram. Para exibir tal comportamento, a topologia deve permitir que isso aconteça modificando o fluxo de informação do enxame durante a execução do algoritmo.

Dessa forma, a topologia dinâmica proposta neste trabalho deve conter os seguintes mecanismos: (i) uma topologia inicial que permita busca em largura nos primeiros estágios do processo; (ii) habilidade de avaliar o estado do enxame; e (iii) ser dinamicamente modificada dependendo do estado do enxame. O Algoritmo 3 descreve a proposta de como estes atributos devem ser incluídos dentro do algoritmo PSO. **Algoritmo 3:** Pseudocódigo do PSO resumido em conjunto com as modificações propostas para a topologia dinâmica.

1 I	ι Inicializar todas as partículas do enxame;				
2 (	2 Conectar as partículas com uma topologia inicial;				
3 €	3 enquanto critério de parada não é satisfeito faça				
4	4 <b>para</b> cada partícula k do enxame <b>faça</b>				
5	Atualizar a partícula $k$ ;				
6	Analisar o estado da partícula $k$ no enxame;				
7	se análise da partícula k mostra que ela precisa mudar então				
8	Executar mecanismo de conexão ou desconexão na partícula $k$ ;				
9	fim				
10	fim				
11 f	im				

Cada estágio do algoritmo referente às modificações necessárias para o comportamento dinâmico da topologia são definidos e aprofundados a seguir:

- (i) Dado que a topologia do enxame é modificada ao longo do tempo, uma topologia inicial que mantenha diversidade nos primeiros estágios do processo deve ser utilizada. Por conta disto, topologias locais estáticas são utilizadas para inicializar o enxame, como exemplo: a topologia anel;
- (*ii*) A avaliação do estado das partículas é executada para que a topologia se modifique apenas quando necessário. Desse modo, para conseguir avaliar o estado das partículas durante o processo de busca, um novo atributo denominado  $p_k failures$  é adicionado a elas. Este atributo é atualizado como descrito no Algoritmo 4.

**Algoritmo 4:** Pseudocódigo da proposta para atualização do atributo  $p_k failures$ .

```
1 se partícula k melhorou sua posição então

2 | p_k failures \leftarrow 0;

3 senão

4 | p_k failures \leftarrow p_k failures + 1;

5 fim
```

O  $p_k failures$  visa avaliar a estagnação das partículas. Quanto maior o valor de  $p_k failures$ , mais certeza se tem de que a partícula k não está melhorando sua posição e precisa se modificar de alguma maneira. Além disso, o crescimento deste valor também pode ser entendido como custo computacional desnecessário no processamento da partícula.

Dessa maneira, quando a partícula começa a estagnar a partir da avaliação do  $p_k failures$ , deve existir um gatilho para que o mecanismo de conexão e

desconexão da topologia aconteça, vide linha 7 do Algoritmo 3. Na proposta deste trabalho, o gatilho ocorre quando o valor de  $p_k failures$  alcança um limite de falhas, definido como failures\_threshold. Este gatilho é descrito no Algoritmo 5.

Algoritmo 5: Pseudocódigo da proposta do gatilho para o mecanismo de reconexão ocorrer.

1 se $p_k failures > failures\_threshold$ então				
<b>2</b>	Executar mecanismo de reconexão na partícula $k$ ;			
3	$p_k failures \leftarrow 0;$			
4 fim				

O valor de *failures\_threshold* é crucial para o desempenho do algoritmo. Se ele é muito pequeno, as partículas irão facilmente tentar se reconectar. Caso contrário, se o valor é muito alto, as partículas irão manter o padrão de conexão por mais tempo do que o necessário.

(iii) Para modificar o fluxo de informação do enxame, as partículas devem tentar criar novas conexões. Na proposta, a forma que cada uma procura outra para se conectar é feita levando em consideração o *fitness* das partículas. Isto é, há uma ligação preferencial baseada na aptidão das partículas.

Para que a ligação preferencial seja realizada, um processo de ordenação baseado no *fitness* de todas as partículas é criado e as partículas são escolhidas utilizando uma roleta baseada nesta ordenação. Dessa forma, as melhores partículas têm mais chances de serem escolhidas para novas conexões. Este procedimento é descrito no Algoritmo 6.

Algoritmo 6: Pseudocódigo da proposta do mecanismo de reconexão.

1 para para cada partícula n do enxame faça				
<b>2</b>	$r \leftarrow$ índice de uma partícula escolhida a partir de uma roleta baseada			
	em uma ordenação das partículas;			
3	se $n = r \ e \ \vec{p_n} \ \acute{e}$ melhor que $\vec{p_k}$ então			
4	Conectar partícula $n$ à partícula $k$ ;			
<b>5</b>	senão			
6	Desconectar partícula $n$ da partícula $k$ ;			
7   fim				
s fim				

Além disso, há a possibilidade de se desconectar das partículas que não estão ajudando no processo, vide linha 6 do Algoritmo 6.

Dessa forma, o algoritmo completo da proposta de topologia dinâmica é apresentado no Algoritmo 7. A região colorida em verde representa o mecanismo de reconexão, que ocorre quando gatilho proposto, representado pela região com cor azul, é ativado. A atualização do atributo utilizado para informar o estado do enxame está contida na região vermelha, enquanto a configuração do enxame com uma topologia inicial é realçada em cinza.

Algoritmo 7: Pseudocódigo da proposta da topologia dinâmica incorporada no algoritmo PSO.

1 Inicializar todas as partículas do enxame					
2 Conectar as partículas com uma topologia inicial;					
3 enquanto critério de parada não é satisfeito faça					
4 par	4   para cada partícula k do enxame faça				
5	Atualizar a partícula $k$ ;				
6	se partícula k melhorou sua posição então				
7	$p_k failures \leftarrow 0;$				
8	senão				
9	$p_k failures \leftarrow p_k failures + 1;$				
10	fim				
11	$\mathbf{se} \ p_k failures > failures\_threshold \ \mathbf{então}$				
12	para para cada partícula n do enxame faça				
13	$r \leftarrow$ índice de uma partícula escolhida a partir de uma roleta				
	baseada em uma ordenação das partículas;				
14	$\mathbf{se} \ n = r \ \boldsymbol{e} \ \vec{p_n} \ \acute{e} \ melhor \ que \ \vec{p_k} \ \mathbf{então}$				
15	Conectar partícula $n$ à partícula $k$ ;				
16	senão				
17	Desconectar partícula $n$ da partícula $k$ ;				
18	fim fim				
19	fim				
20					
21	1 fim				
12					
23 fim					
24 fim					

Deve-se evidenciar que o mecanismo de reconexão proposto nesta dissertação utiliza o conceito de ligação preferencial descrito por Barabási e Albert, introduzido na Seção 2.1.2 do Capítulo 3 [10, 58]. O mecanismo elaborado desta forma gera uma topologia de comunicação com uma estrutura livre de escala, que proporciona muitas partículas pouco conectadas e algumas partículas muito conectadas (*hubs*).

## 3.2 Análise do Fluxo de Informação

As ferramentas propostas neste trabalho para análise do fluxo de informação dentro de um enxame são baseadas em métricas de Ciência das Redes. O significado destas métricas quando aplicadas no contexto de enxames é apresentado nesta seção. As métricas são utilizadas em uma estrutura denominada Grafo de Influência do enxame, definido na Seção 3.2.1. Nas seções seguintes, as métricas utilizadas neste trabalho são revisitadas e seus significados em enxames são expostos: o número de autovalores zero da matriz laplaciana, na Seção 3.2.2; o valor R, na Seção 3.2.4 e, por fim, na Seção 3.2.3, a densidade espectral.

## 3.2.1 Grafo de Influência de um Enxame

A topologia de comunicação do enxame define quais partículas podem se comunicar com outras. Entretanto, isto não significa que uma partícula irá de fato obter informação de todas as partículas conectadas. Por exemplo, em uma topologia em Anel, cada partícula está conectada a mais duas, porém cada uma atualiza sua posição baseada na informação de apenas uma partícula. Dessa forma, a aplicação de métricas na topologia de comunicação do enxame não diz como a informação está fluindo dentro do enxame.

Dessa maneira, está sendo proposto nesta dissertação o Grafo de Influência  $I_t$ , como uma estrutura para entender o fluxo de informação dentro do enxame. O Grafo de Influência  $I_t$  é um grafo em que os vértices são as partículas do enxame e as arestas representam se, na iteração t, houve troca de informação entre as partículas representada pelos vértices da aresta.

No PSO, os elementos do Grafo de Influência na iteração t podem ser dados por:

$$I_{t_{ij}} = \begin{cases} 1, & \text{se o melhor vizinho de } i \text{ na iteração } t \notin j, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
(3.1)

Por esta definição, o Grafo de Influência é direcionado, uma vez que uma partícula utiliza a informação do seu melhor vizinho, e este vizinho pode não utilizar informação dela.

Nesta dissertação, as direções das arestas são removidas dos grafos para simplificar a análise e fazer uso de métricas simples disponíveis de Ciência das Redes. Assim sendo, os elementos de  $I_t$ , sem levar em consideração a direção, são dados por:

$$I_{t_{ij}} = \begin{cases} 1, & \text{se } i \text{ e } j \text{ trocaram informação na iteração } t, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$
(3.2)

A estrutura do Grafo de Influência do enxame é um subgrafo da topologia de comunicação utilizada. Por exemplo, a Figura 3.1 ilustra três topologia de comunicação representadas com arestas finas: a topologia global, na Figura 3.1(a); a topologia em Anel, na Figura 3.1(b); e, na Figura 3.1(c), um possível estado de uma topologia dinâmica. As arestas mais grossas em cada grafo representam a estrutura do Grafo de Influência do enxame em cada topologia.

Há subgrafos na topologia dinâmica e em Anel, enquanto que, na global, há apenas um ponto de foco. No enxame, isto significa que, na topologia global, há apenas uma única partícula influenciando as outras partículas. Por outro lado, nas outras topologias, há diferentes partículas influenciando diferentes subgrupos de partículas.



Figura 3.1: O Grafo de Influência do enxame do PSO com diferentes tipos de topologias.

Na realidade, pode-se afirmar que o Grafo de Influência consiste em um conjunto de árvores e que cada árvore representa um fluxo de informação dentro do enxame. Dessa forma, o número de árvores e suas estruturas têm um forte significado sobre o comportamento do enxame. Como exemplo disto, pode-se afirmar que uma grande quantidade de árvores significa que há diferentes e independentes fluxos de informação dentro do enxame.

## 3.2.2 Número de Autovalores Zero da Matriz Laplaciana

O número de componentes no Grafo de Influência é igual à quantidade de fluxos de informação independentes dentro do enxame na iteração correspondente. Cada árvore no grafo indica como a informação está fluindo entre as partículas.

Como descrito na Seção 2.1.1, o número de autovalores com valor zero da matriz laplaciana de um grafo corresponde ao número de componentes nele. Dessa forma, o número de autovalores da matriz laplaciana do Grafo de Influência com valor igual a zero é igual a quantidade de fluxos de informação independentes dentro do enxame.

A Figura 3.2 ilustra uma possível comparação dos números de fluxos de informação utilizando diferente topologias.



**Figura 3.2:** Exemplo da utilização da ferramenta para analisar o número de fluxos de informação dentro do enxame ao longo das iterações da execução do PSO com diferentes topologias.

## 3.2.3 Densidade Espectral

A densidade espectral de um grafo pode ser utilizada para identificar características presentes em certos tipos de grafos: grafos aleatórios, grafos *small-world* e grafos *scale-free*. Ao analisar a existência destas características no Grafo de Influência do enxame, pode-se encontrar correlações entre como a informação está sendo transmitida e o desempenho do enxame.

Em outras palavras, pode-se dizer que as características presentes nos fluxos de informação dentro de enxame que ajudam no desempenho do algoritmo podem ser capturadas a partir da análise espectral.

A Figura 3.3 exemplifica a utilização da densidade espectral para capturar a estrutura do fluxo de informação no enxame do PSO ajustado com diferentes topologias.



**Figura 3.3:** Exemplo de utilização da densidade espectral para capturar diferentes estruturas do fluxo de informação do enxame no PSO com diferentes topologias.

## **3.2.4** Valor *R*

A análise descrita na Seção 3.2.3 pode ser difícil de ser feita durante um processo de busca, uma vez que depende de análise gráfica. O Valor R, definido na Seção

2.1.3, representa a relação entre importantes autovalores e pode ser utilizado como uma ferramenta prática e rápida para avaliar o espectro.

Consequentemente, o valor R pode ser utilizado para capturar características no fluxo de informação do enxame. Mais especificamente: a periodicidade e a correlação [78].

A Figura 3.4 ilustra a utilização do Valor-R para identificar como se comporta a estrutura do fluxo de informação do enxame do PSO com diferentes topologias ao longo das iterações.



**Figura 3.4:** Comparação da evolução do Valor-R ao longo das iterações nas execuções do PSO com topologia diferentes.

# Capítulo 4 Arranjo Experimental

"Thanks to the greatly improved possibility of communication, we overrate its importance. Even stronger, we underrate the importance of isolation" Edsger W. Dijkstra

Apresentada a contribuição, experimentos com foco nos atributos e mecanismos são realizados a fim de validar a proposta. A descrição dos experimentos para validar a topologia de comunicação dinâmica é feita na Seção 4.1, enquanto os detalhes dos experimentos para a análise do fluxo de informação estão na Seção 4.2.

## 4.1 Parametrização do PSO

A técnica Otimização por Enxame de Partícula foi implementada em Java com base no Algoritmo 1 utilizando o modelo de constrição, apresentado na Seção 2.2.1. Na implementação, o limite de velocidade foi empregado, seguindo a definição em 2.2.1. Os parâmetros utilizados estão descritos na Tabela 4.1.

Parâmetro	Valor
$\chi$	4, 1
$c_1 \in c_2$	2,05
failures_threshold	50

Tabela 4.1: Valores dos parâmetros do PSO para as simulações.

Na simulação, o tamanho do enxame é de 200 partículas. O critério de parada escolhido é baseado na quantidade de avaliações da função a ser otimizada. O valor máximo de avaliações escolhido foi 300.000, que, em um enxame com 200 partículas avaliando uma vez a cada iteração, significa 1.500 iterações.

A fim de comparar o desempenho do PSO utilizando a topologia proposta no trabalho com outras topologias, a simulação foi realizada com as topologias: Global, Anel e a topologia dinâmica proposta nesta dissertação. Para a topologia dinâmica, o valor limite de falhas de cada partículas está na Tabela 4.1.

As funções de testes propostas no IEEE Congress on Evolutionary Computation 2010 (CEC'2010) foram utilizadas para avaliar o desempenho da técnica com as diferentes topologias [46]. Cada uma explora vários aspectos de problemas de otimização, elas são divididas em cinco grupos: Deslocada (Shifted), Único-Grupo Deslocada e m-rotacionada, Single-group Shifted and m-rotated, Único-Grupo Deslocada m-dimensional Single-group Shifted m-dimensional, D/2m-Grupo Deslocada e m-rotacionada D/2m Shifted and m-rotated, D/2m-Grupo Deslocada e m-dimensional (D/2m-group Shifted m-dimensional), D/m-Grupo Deslocada e m-dimensional (D/m-group Shifted m-dimensional) e Não-separável (Nonseparable). Dessa forma, funções de cada grupo foram utilizadas nas simulações. Elas são especificadas na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2:** Funções de teste utilizadas para avaliar o desempenho do PSO com diferentes topologias.

Grupo		
Função		Limites
Desloca	ada	
F01	Elliptic Function	$[-100, 100]^{D}$
Único-(	Grupo Deslocada e <i>m</i> -	rotacionada
F05	Rastrigin's Function	$[-5,5]^D$
F06	Ackley's Function	$[-32, 32]^D$
Único-0	Grupo Deslocada <i>m</i> -di	mensional
F08	Rosenbrock's Function	$[-100, 100]^{D}$
D/2m-C	Grupo Deslocada e m-i	rotacionada
F11	Ackley's Function	$[-32, 32]^D$
D/2m-C	Grupo Deslocada e m-o	dimensional
F13	Rosenbrock's Function	$[-100, 100]^D$
D/m-Grupo Deslocada e $m$ -dimensional		
F18	Rosenbrock's Function	$[-100, 100]^D$
Não-separável		
F20	Rosenbrock's Function	$[-100, 100]^D$

As funções foram avaliadas em 1000 dimensões e, para as que utilizam valor, m = 50. A execução das simulações foram repetidas 30 vezes e a média dos *fitnesses* durante as execuções para cada abordagem foi calculada. Além disso, o tempo gasto por cada execução utilizando cada topologia foi medido a fim de comparar o custo de cada abordagem.

Deve-se ressaltar que as funções e as parametrizações utilizadas nos experimentos desta dissertação foram escolhidas por serem amplamente empregadas na comunidade científica [46]. Dessa forma, as comparações realizadas entre as topologias da literatura e a proposta com tal arranjo experimental podem ser consideradas imparciais.

A análise de como a topologia de comunicação do enxame estava se formando durante as simulações foi feita por intermédio de um visualizador de grafos desenvolvido durante o trabalho. A partir dele, pode-se identificar comportamentos anômalos na topologia. A Figura 4.1 é a tela do visualizador durante a execução do PSO com uma topologia dinâmica. O Apêndice B contém informações adicionais sobre o visualizador.



Figura 4.1: Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia dinâmica.

A partir do visualizador, é possível ler várias informações: quanto menor o tamanho dos nós, melhor a solução da partícula; e a cor da partícula indica o agrupamento da partícula no espaço, isto é, partículas com mesmas cores estão próximas no espaço.

O computador empregado para realizar os experimentos foi um *notebook* Dell XPS-14z, que contém um processador Intel(R) Core(TM) i7-2640M 2.80GHz e 8GB de memória RAM. O sistema operacional utilizado foi da família GNU/Linux, mais especificamente a distribuição Arch Linux. Além disso, todos os gráficos, cálculos posteriores e automação de simulações, foram feitos utilizando unicamente ferramentas livres [123, 124].

# 4.2 Ambiente de Teste para Análise do Fluxo de Informação do Enxame

A ideia da análise do fluxo de informação do enxame é entender como a informação flui pelas partículas e encontrar padrões que podem levar o enxame a perder diversidade e a ficar estagnado. Dessa maneira, uma forma de verificar a eficácia das métricas é comparar como elas se comportam em duas situações: quando o enxame encontra uma boa solução e quando as partículas ficam presas em um mínimo local.

Para isto, execuções com características específicas são selecionadas das simulações do PSO no experimento descrito na Seção 4.1. Estas características são: (i) execução que ficou presa em um mínimo local utilizando a topologia dinâmica; e (ii) execução que não ficou presa em um mínimo local utilizando a topologia dinâmica.

Além disso, como o PSO tem desempenhos diferentes utilizando a topologia Anel e Global, as métricas devem conseguir distingui-las. Para isto, também são selecionadas das simulações: (iii) execução utilizando a topologia Anel; e (iv)execução utilizando a topologia Global.

Uma vez que as métricas dizem respeito a um instante de tempo do enxame na execução do algoritmo, isto é, falam sobre uma iteração específica, elas devem ser aplicadas em iterações diferentes, progressivamente, a fim de entender o fluxo de informação. Assim sendo, o cálculo das métricas de Ciência das Redes é feita nas iterações: 100, 400, 800 e 1200.

# 4.3 Planejamento Experimental

A Tabela 4.3 elenca, de forma resumida, todos os experimentos a serem realizados relacionados a topologia dinâmica proposta nesta dissertação.

Experimento	Descrição
Desempenho final PSO	Cálculo da média e desvio-padrão dos resul-
com diferentes topologias	tados finais alcançados pelo PSO com cada
	topologia utilizada: anel, global e a proposta.
Desempenho do PSO	Cálculo da média dos resultados das
com diferentes topologias	execuções do PSO em cada iteração utili-
	zando as diferentes topologia.
Desempenho do PSO	Cálculo da média dos resultados das
com a topologia pro-	execuções do PSO em cada iteração utili-
posta com diferentes	zando a topologia proposta variando o valor
valores atribuído a	ajustado para failures_threshold.
$failures\_threshold$	

 Tabela 4.3:
 Resumo dos experimentos a serem realizados relacionados a topologia dinâmica proposta.

Na Tabela 4.4 são apresentados os experimentos a serem realizados que dizem respeito as ferramentas propostas nesta dissertação para análise do fluxo de informação do enxame.

**Tabela 4.4:** Resumo dos experimentos a serem realizados relacionados a análise do fluxo de informação do enxame.

Experimento	Descrição
Análise do número de flu-	Cálculo da quantidade de autovalores zero da
xos de informação no en-	matriz laplaciana do Grafo de Influência do
xame do PSO com dife-	PSO ao longo das iterações para cada topo-
rentes topologias	logia considerada.
Análise da estrutura do	Cálculo da densidade espectral da matriz de
fluxo de informação no	adjacência do Grafo de Influência do PSO
enxame do PSO com di-	ao longo das iterações para cada topologia
ferentes topologias	considerada.
Avaliação da estrutura	Cálculo da densidade espectral da matriz de
do fluxo de informação	adjacência do Grafo de Influência do PSO
no enxame do PSO com	utilizando topologia dinâmica ao longo das
estagnação utilizando to-	iterações para execução com estagnação e
pologia dinâmica	execução sem estagnação.
Avaliação numérica da	Cálculo do Valor-R do Grafo de Influência do
estrutura do fluxo de in-	PSO ao longo das iterações para cada topo-
formação no enxame do	logia considerada.
PSO com diferentes to-	
pologias	
Avaliação numérica da	Cálculo do Valor-R do Grafo de Influência do
estrutura do fluxo de	PSO utilizando topologia dinâmica ao longo
informação no enxame	das iterações para execução com estagnação
do PSO com estagnação	e execução sem estagnação.
utilizando topologia	
dinâmica	
Avaliação numérica acu-	Cálculo do Valor-R acumulado do Grafo
mulada da estrutura do	de Influência do PSO utilizando topolo-
fluxo de informação no	gia dinâmica ao longo das iterações para
enxame do PSO com es-	execução com estagnação e execução sem es-
tagnação utilizando to-	tagnação.
pologia dinâmica	

# Capítulo 5 Resultados

"The responsibility for change...lies with us. We must begin with ourselves, teaching ourselves not to close our minds prematurely to the novel, the surprising, the seemingly radical." Alvin Toffler em "A Terceira Onda"

Os resultados dos experimentos realizados são apresentados neste capítulo. Na primeira parte do capítulo, na Seção 5.1, a comparação do desempenho do PSO utilizando diferentes topologias é fornecida. Na segunda parte do capítulo (Seção 5.3), a análise do fluxo de informação do enxame em diferentes cenários é realizada.

# 5.1 Comparação de Desempenho das Topologias

O desempenho do PSO ao otimizar a função F1 utilizando diferentes topologias é ilustrado na Figura 5.1. A partir do gráfico, pode-se observar que o PSO com topologia dinâmica tem um desempenho similar nas primeiras iterações ao da técnica com topologia em anel. Entretanto, ao longo do tempo, ele vai se aproximando do comportamento do PSO com topologia global, chegando a superá-la.



**Figura 5.1:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F1.

Na Figura 5.2, a comparação dos desempenhos ao otimizar a função F5 utilizando diferentes topologias no PSO é apresentada. O comportamento das curvas ao longo do tempo é similar ao otimizar a função F1. Entretanto, neste caso o PSO com topologia global encontra uma solução no meio do processo e fica estagnado. Por outro lado, o PSO com outras topologias demora mais iterações para melhorar a solução, tendo a topologia dinâmica, ao final do processo, alcançado uma solução ligeiramente melhor.



**Figura 5.2:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F5.

A média da qualidade das soluções encontradas pelo PSO ao otimizar a função F6 utilizando diferentes topologias pode ser vista no gráfico da Figura 5.3. Novamente, o PSO com topologia global fica estagnado durante o processo e o PSO com topologia dinâmica inicia o processo com comportamento similar ao do PSO com topologia em anel. Entretanto, a partir de um certo momento (600 iterações) o PSO com topologia dinâmica melhora sua solução de forma a superar as outras abordagens.



**Figura 5.3:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F6.

A Figura 5.4 apresenta o desempenho do PSO na otimização da função F8 utilizando diferentes topologias. Observa-se, novamente, que o PSO com topologia dinâmica tem um desempenho similar nas primeiras iterações ao da técnica com topologia em anel e, ao longo do tempo, ele vai se aproximando do comportamento do PSO com topologia global. Neste caso, a solução final do PSO com topologia global é ligeiramente melhor do que o da abordagem dinâmica.



**Figura 5.4:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F8.

Na Figura 5.5, a comparação dos desempenhos da otimização da função F11 utilizando diferentes topologias no PSO é apresentada. De modo similar à otimização da função F6, o PSO com topologia dinâmica supera as outras abordagens. Além disso, pode-se perceber a superioridade da topologia dinâmica nas funções multimodais, que precisam de capacidade de exploração em profundidade no final do processo de busca (*e.g* as funções baseadas em Ackley – F6 e F11).



**Figura 5.5:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F11.

O desempenho do PSO ao otimizar a função F13 utilizando diferentes topologias é ilustrado na Figura 5.6. As curvas têm comportamentos parecidos aos da Figura 5.1, que representa a otimização da função F1.

O gráfico com o desempenho da otimização da função F18 com o PSO utilizando diferentes topologias é ilustrado na Figura 5.7. Observa-se, mais uma vez, que o PSO com topologia dinâmica inicialmente tem desempenho similar ao da técnica com topologia em anel, aproximando-se, ao longo do tempo, do comportamento do PSO com topologia global e, por fim, o superando ligeiramente.

A comparação dos desempenhos ao otimizar a função F20 com o PSO utilizando diferentes topologias é apresentada no gráfico presente na Figura 5.8. Novamente,



**Figura 5.6:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F13.



**Figura 5.7:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F18.



**Figura 5.8:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando diferentes topologias para otimizar a função F20.

nota-se a semelhança das curvas deste gráfico com os gráficos das Figuras 5.1, Figura 5.5 e Figura 5.7, respectivamente das funções: F1, F11 e F18.

A Tabela 5.1, a Tabela 5.2 e a Tabela 5.3 resumem as médias das melhores soluções encontradas pelo PSO utilizando as diferentes topologias ao otimizar as funções de testes. Pode-se observar pela Tabela 5.1 que a abordagem dinâmica supera todas as outras topologias consideradas ao otimizar as funções F01, F05 e F06.

	F01	F05	F06
Clobal	$7174.6743 \times 10^{6}$	$1495.9204 \times 10^5$	$2565.6941 \times 10^{3}$
Giobai	$(1352.2003 \times 10^6)$	$(2912.9074 \times 10^4)$	$(5300.4489 \times 10^2)$
Anal	$1271.0571 \times 10^{7}$	$1793.5041 \times 10^5$	$1746.5092 \times 10^{3}$
Anei	$(7430.1411 \times 10^5)$	$(3011.1191 \times 10^4)$	$(4281.8784 \times 10^2)$
Dinâmico	$6928.7394 \times 10^{6}$	$1495.5285 \times 10^5$	$1019.1965 \times 10^3$
Dinalinca	$(5444.2555 \times 10^5)$	$(3606.0394 \times 10^4)$	$(7788.3193 \times 10^2)$

**Tabela 5.1:** Comparação das médias e desvios padrão das melhores soluções encontradas ao otimizar as funções F01, F05 e F06 utilizando diferentes topologias.

A Tabela 5.2 contém as médias das melhores soluções na otimização das funções F08, F11 e F13. Nota-se que a utilização da topologia global é melhor nos casos das funções F08 e F13. Entretanto, deve-se ressaltar que as qualidades das soluções encontradas pela topologias global e pela topologia dinâmica para a função F13 são equivalentes.

**Tabela 5.2:** Comparação das médias e desvios padrão das melhores soluções encontradas ao otimizar as funções F08, F11 e F13 utilizando diferentes topologias.

	F08	<i>F</i> 11	F13
Clobal	<b>7807.4198</b> ×10 <sup>4</sup>	204.5943	$3890.9472 \times 10^7$
GIODAI	$(4653.4963 \times 10^4)$	(5.0557)	$(6903.1292 \times 10^6)$
Anol	$5130.5801 \times 10^5$	209.4992	$7914.9791 \times 10^{7}$
Aller	$(1219.86542 \times 10^5)$	(1.6545)	$(5467.1398 \times 10^6)$
Dinômico	$1846.7973 \times 10^5$	189.5302	$3968.7245 \times 10^7$
	$(1450.35296 \times 10^5)$	(3.0955)	$(4480.2159 \times 10^6)$

As médias das soluções finais encontradas durante a otimização das funções F18 e F20 utilizando o PSO com diferentes topologias são expostas na Tabela 5.3. Em ambos casos, pode-se observar que a abordagem proposta nesta dissertação obtém melhores resultados.

**Tabela 5.3:** Comparação das médias e desvios padrão das melhores soluções encontradas ao otimizar as funções F18 e F20 utilizando diferentes topologias.

	F18	F20
Clobal	$3669.7861 \times 10^8$	$4418.3471 \times 10^8$
Giobai	$(3514.7358 \times 10^7)$	$(5199.5156 \times 10^7)$
Anol	$4993.1883 \times 10^8$	$5786.9238 \times 10^{8}$
Aner	$(1845.0510 \times 10^7)$	$(2860.8431 \times 10^7)$
Dinâmico	<b>3060.7030</b> ×10 <sup>8</sup>	$3669.6314 \times 10^8$
Dinamica	$(2049.3092 \times 10^7)$	$(2354.9259 \times 10^7)$

O tempo médio gasto para execução do algoritmo PSO utilizando cada topologia é exposto na Tabela 5.4 e na Tabela 5.5. Pode-se observar, a partir da Tabela 5.4, que os tempos gastos pelas abordagens consideradas na otimização das funções F01, F05, F06 e F08 são similares.

**Tabela 5.4:** Comparação do tempo médio em milissegundos gasto para a execução de 1500 iterações do algoritmo PSO utilizando diferentes topologias ao otimizar as funções F01, F05, F06 e F08.

	F01	F05	F06	F08
Global	26504,0	53810,8	$38615,\!6$	26658,4
Anel	24984,6	$52273,\! 6$	$38533,\!9$	25628,4
Dinâmica	24839,2	51277,0	38896,5	25181,0

A Tabela 5.5 resume os tempos gastos no processo de otimização das funções F11, F13, F18 e F20. Novamente, nota-se que os tempos gastos pelas abordagens consideradas são semelhantes.

**Tabela 5.5:** Comparação do tempo médio em milissegundos gasto para a execução de 1500 iterações do algoritmo PSO utilizando diferentes topologias ao otimizar as funções F11, F13, F18 e F20.

	<i>F</i> 11	F13	F18	F20
Global	$66547,\!4$	26233,4	27010,0	27311,6
Anel	69898,2	26176,2	$27514,\! 6$	27575,2
Dinâmica	64967,7	26512,0	$31345,\!8$	26877,4

Deve-se ressaltar que a implementação do PSO com as diferentes topologias é feita utilizando o conceito de uma matriz de adjacência da topologia. Dessa forma, todas as topologias têm a mesma implementação, diferindo apenas de sua matriz. Portanto, as topologias estáticas consideradas nesta dissertação não necessariamente estão implementadas em sua forma ótima, isto é, não estão necessariamente implementadas de forma que gaste o menor tempo possível.

## 5.2 Impacto do Valor failures\_threshold

O valor *failures\_threshold* utilizado como limiar para ativar o mecanismo de reconexão influencia no comportamento do PSO utilizando a topologia dinâmica. Os resultados para o experimentos variando o valor para *failures\_threshold* são apresentados nesta seção.

O desempenho do PSO ao otimizar a função F1 utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para o *failures\_threshold* é ilustrado na Figura 5.9. Podese notar que as curvas para *failures\_threshold* = 50 e *failures\_threshold* = 25 têm comportamentos similares, ambas superiores ao desempenho de quando *failures\_threshold* = 100.

A Figura 5.10 exibe o desempenho do PSO ao otimizar a função F5 com a topologia dinâmica com diferentes valores para o *failures\_threshold*. Observa-se



**Figura 5.9:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F01.



**Figura 5.10:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F05.

que os valores utilizados para o limiar levam a desempenhos similares, com o valor 50 ligeiramente melhor.

O desempenho do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para o *failures\_threshold* ao otimizar a função F6 é apresentado na Figura 5.11. Similar à Figura 5.9, nota-se que os desempenhos do PSO com *failures\_threshold* =  $50 \text{ e } failures\_threshold = 25 \text{ são parecidos, porém ambas execuções são superiores ao desempenho para$ *failures\_threshold*= 100, com o valor 25 sendo ligeiramente melhor.



**Figura 5.11:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures.threshold* ao otimizar a função F06.

A Figura 5.12 exibe como o PSO se comporta utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para o  $failures\_threshold$  na otimização da função F8. Ao utilizar $failures\_threshold = 100$ , o desempenho do PSO é ligeiramente mais lento. Entretanto, as soluções finais encontradas são similares para todos os valores utilizados.



**Figura 5.12:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F08.

O comportamento do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para o  $failures\_threshold$  ao otimizar a função F11 é apresentado na Figura 5.13. As curvas de desempenho para os diferentes valores têm a mesma forma, porem estão deslocadas de maneira que, neste caso,  $failures\_threshold = 25$  leva a uma solução final melhor.



**Figura 5.13:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F11.

O desempenho do PSO utilizando a topologia proposta com diferentes valores para o  $failures\_threshold$  para otimizar a função F13 é exibido na Figura 5.14. Nota-se que os desempenhos do PSO com  $failures\_threshold = 50$  e  $failures\_threshold = 25$  são similares, entretanto estas execuções são superiores ao desempenho para  $failures\_threshold = 100$ .



**Figura 5.14:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F13.

As médias das soluções encontradas ao longo das iterações pelo PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para o  $failures\_threshold$  ao otimizar a função F18 são apresentadas na Figura 5.15. Similar à Figura 5.14, pode-se observar que o PSO com  $failures\_threshold = 50$  e  $failures\_threshold = 25$  tem desempenhos parecidos e são superiores ao desempenho para  $failures\_threshold = 100$ .

A Figura 5.16 exibe o desempenho do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para o  $failures\_threshold$  ao otimizar a função F20. Novamente, pode-se observar que o PSO com  $failures\_threshold = 50$  e  $failures\_threshold = 25$  tem desempenhos parecidos e são superiores ao desempenho quando o limiar é igual à 100.



**Figura 5.15:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F18.



**Figura 5.16:** Comparação da evolução das médias dos melhores valores encontrados ao longo das iterações nas 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica com diferentes valores para *failures\_threshold* ao otimizar a função F20.

# 5.3 Análise do Fluxo de Informação do Enxame do PSO Utilizando Topologias de Comunicação Diferentes

Nesta seção, as análises utilizando as métricas propostas no trabalho são apresentadas. Na Seção 5.3.1, a quantidade de fluxos de informação dentro do enxame dependendo da topologia utilizada é encontrada. As características do Grafo de Influência  $I_t$  do enxame com diferentes topologias capturadas com a densidade espectral são expostas na Seção 5.3.2. Por fim, na Seção 5.3.3, o valor R é calculado para  $I_t$ .

## 5.3.1 Quantidade de Fluxos de Informação no Enxame

O número de autovalores zero no Grafo de Influência  $I_t$  do enxame significa a quantidade de fluxos de informação no enxame na iteração t. A Figura 5.17 apresenta o comportamento desta quantidade em função do número de iterações da execução do PSO otimizando a Função F6 com as três topologias.


Figura 5.17: Número de fluxos de informação dentro do enxame ao longo das iterações da execução do PSO com diferentes topologias.

O Grafo de Influência na topologia global é um grafo estilo estrela com apenas um componente e mantém sua estrutura durante toda execução do algoritmo, portanto o número de componentes é constante e igual a um. Deve-se notar que, apesar do valor ser igual a um, isto não significa que o Grafo de Influência é o mesmo durante todo o processo. A melhor partícula do enxame pode mudar ao longo iterações, causando mudança apenas no centro da estrutura estilo estrela.

Apesar da topologia em anel ser estática, o Grafo de Influência pode apresentar diferentes sub-grafos. A partir da Figura 5.17, pode-se observar que o número de fluxos de informação varia ao longo das iterações, porém apresenta uma média alta de aproximadamente 40 fluxos de informação independentes durante o processo.

Entretanto, deve-se realçar que o valor médio 40 para o caso da topologia em anel é abaixo do número máximo de componentes  $\lfloor N/2 \rfloor$  que podem existir dentro de uma estrutura em anel com N vértices. Como N é igual à 200, uma vez que há 200 partículas no enxame, o número máximo de componentes é 100.

Na topologia dinâmica, o enxame inicia com 10 fluxos de informação e diminui para uma média aproximada de 5 ao longo da execução do algoritmo. Observase que a topologia dinâmica apresenta um comportamento intermediário entre as duas abordagens estáticas.

O gráfico presente na Figura 5.18 é a média da quantidade de fluxos dentro do exame em 30 execuções do PSO utilizando a topologia dinâmica. Como se pode observar, o valor inicia em 10 e, durante a primeira metade da execução, decresce no decorrer das iterações até manter uma média de 5 fluxos de informação independentes no enxame.

#### 5.3.2 Estrutura dos Fluxos de Informação

A densidade espectral é utilizada para identificar características nas estruturas dos grafos. Para entender o que acontece com o fluxo de informação dentro do enxame ao longo do processo de busca, a densidade espectral do Grafo de Influência é calculada ao longo das iterações.

Primeiramente, as densidades espectrais das topologias estáticas são calculadas. A Figura 5.19 apresenta os resultados durante a execução do algoritmo do PSO



**Figura 5.18:** Quantidade média de fluxos de informação dentro do enxame ao longo das iterações das 30 execuções do PSO com a topologia dinâmica.

com as topologias estáticas global e anel. A densidade de ambas foram avaliadas nas iterações 100, 200, 500, 800 e 1200.



**Figura 5.19:** Evolução da densidade espectral do Grafo de Influência do enxame durante a execução do PSO com topologias estáticas.

Pode-se observar que a densidade espectral do Grafo de Influência do enxame com a topologia em anel apresenta uma forma bimodal. Por outro lado, quando o enxame está estruturado com a topologia global, o espectro tem forma unimodal. Dessa forma, as duas curvas distintas dos espectros das topologias podem ser consideradas as assinaturas de cada uma.

Além disso, deve-se realçar que as suas curvas não variam ao longo das iterações. Ou seja, a densidade espectral do Grafo de Influência não captura como o fluxo de informação do enxame está ocorrendo nas topologias de comunicação estáticas utilizadas.

No caso da topologia dinâmica, a análise tem como objetivo identificar se há padrões no comportamento da densidade espectral quando o enxame fica estagnado. Para avaliar isto, duas execuções independentes utilizando a mesma semente para o algoritmo PSO são utilizadas. A Figura 5.20 contém o gráfico da evolução das soluções encontradas por duas execuções do PSO com a topologia dinâmica na otimização da função F6.

A execução "Ruim" fica presa em um mínimo local por volta da iteração 600, enquanto que a execução "Boa" não fica estagnada e acha uma melhor solução



**Figura 5.20:** Comparação da evolução dos melhores valores encontrados ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F6.





**Figura 5.21:** Densidade espectral do Grafo de Influência nas iterações 250–650 das execuções do PSO com topologia dinâmica otimizando a função F6.

Observa-se que, nas primeiras iterações, visualizadas na Figura 5.21(a) e na

Figura 5.21(b), as densidades espectrais das duas execuções tem formas quase idênticas. Entretanto, a partir da iteração 400, apresentada na Figura 5.21(c) e na Figura 5.21(d), a execução "Ruim" tem densidade espectral mais achatada e com uma cauda mais elevada. A cauda da densidade espectral da execução "Boa" apenas começa a se elevar na iteração 600, como se pode ver na Figura 5.21(e).

O gráfico da Figura 5.22 representa a evolução das soluções encontradas por duas execuções do PSO na otimização da função F8. Neste caso, o enxame da execução "Ruim" fica preso em torno da iteração 800 enquanto a execução "Boa" demora mais para estagnar. O comportamento da densidade espectral para ambas execuções pode ser visto na Figura 5.23.



Figura 5.22: Comparação da evolução dos melhores valores encontrados ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F8.



**Figura 5.23:** Densidade espectral do Grafo de Influência nas iterações 50–1000 das execuções do PSO com topologia dinâmica otimizando a função F8.

Pode-se identificar que, entre as iterações 50 e 450, presentes na Figura 5.23(a)

e na Figura 5.23(b), as densidades espectrais do Grafo de Influência das duas execuções têm formas parecidas. A partir da iteração 450, entretanto, a execução "Ruim" começa a ficar mais achatada e ter uma cauda mais elevada.

A forma da densidade espectral da execução "Boa" começa a achatar apenas na iteração 650. Após isto, as densidades espectrais das duas execuções se tornam parecidas.

#### 5.3.3 Avaliação Numérica da Estrutura dos Fluxos de Informação

O valor R representa a relação entre importantes autovalores da matriz de adjacência do Grafo de Influência, um valor R baixo significa que  $\lambda_1$  é desacoplado do resto do espectro e pode ser visto como consequência de uma estrutura periódica [78]. A Figura 5.24 apresenta a evolução do valor R do Grafo de Influência durante a execução do PSO com diferentes topologias.



**Figura 5.24:** Comparação da evolução do Valor-*R* ao longo das iterações nas execuções do PSO com topologia diferentes.

Devido a estrutura estilo estrela do Grafo de Influência da topologia global, o valor R é constante e é valor máximo possível (R = 1), uma vez que os autovalores extremos  $\lambda_1$  e  $\lambda_N$  são opostos.

As topologias dinâmica e anel apresentam valores R pequeno, uma vez que elas produzem Grafo de Influência com estruturas periódicas. Novamente, como nas outras análises, a topologia dinâmica apresenta um comportamento intermediário entre as duas topologias estáticas.

O valor R pode ser utilizado como uma ferramenta de análise da densidade espectral. Sendo assim, ele pode ser utilizado para avaliar o comportamento do fluxo de informação ao longo das iterações. A Figura 5.25 apresenta a evolução do valor ao longo de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimização da função F6, a média acumulada do valor R pode ser vista na Figura 5.26 e o desempenho dessas duas execuções pode ser visto na Figura 5.20.

Observa-se que os valores R durante a execução "Boa" são em média menores dos que os valores R da execução "Ruim". Além disso, pode-se notar que os comportamentos são semelhantes durante as iterações iniciais. Entretanto, a partir da iteração 400, aproximadamente, as duas curvas começam a divergir.



**Figura 5.25:** Comparação da evolução do Valor-R ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F6.



**Figura 5.26:** Comparação da evolução da Média-R ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F6.

Ao comparar a densidade espectral de ambas execuções, presente na Figura 5.21(d) e na Figura 5.21(c), com o comportamento da curva do valor R, nota-se o achatamento do espectro e a elevação da sua cauda para a execução "Ruim" também a partir da iteração 400.

A Figura 5.27 exibe como o valor R se comporta durante duas outras execuções do PSO otimizando a função F8, a média acumulada do valor R pode ser vista na Figura 5.28 e o desempenho da técnica pode ser visto na Figura 5.22.



Figura 5.27: Comparação da evolução da Média-R ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F8.



**Figura 5.28:** Comparação da evolução da Média-R ao longo das iterações de duas execuções do PSO com topologia dinâmica para otimizar a função F8.

Mais uma vez, pode-se observar que os valores R durante a execução "Boa" são em média menores dos que os valores R da execução "Ruim". Nota-se também que os comportamentos são parecidos durante as iterações iniciais. Entretanto, a partir da iteração 200, aproximadamente, as curvas começam a ficar diferentes. Contudo, a divergência não é tão acentuada como observado nos resultados do experimento para a função F6, presentes na Figura 5.28 e na Figura 5.27.

Ao observar a densidade espectral da execução "Ruim", presente na Figura 5.23(b), nota-se que o achatamento do espectro e a elevação da sua cauda ocorre entre a iteração 300 e a iteração 450. Da mesma forma, é aproximadamente na iteração 450 que o comportamento da média acumulada se modifica.

# Capítulo 6 Conclusões e Trabalhos Futuros

"Comece fazendo o que é necessário, depois o que é possível, e de repente você estará fazendo o impossível" São Francisco de Assis

Esta dissertação apresenta (i) uma topologia de comunicação dinâmica para um Otimizador por Enxames de Partículas e (ii) ferramentas para análise do fluxo de informação entre as partículas do enxame. Neste capítulo, as conclusões sobre as contribuições são apresentadas.

Na Seção 6.1, as conclusões com relação a topologia proposta são comentadas. Os entendimentos sobre as ferramentas apresentadas para analisar o fluxo no enxame são relacionados e comentados na Seção 6.3.

Limitações, pontos de melhorias e perspectivas sobre as ferramentas e a topologia dinâmica apresentadas nesta dissertação são elencados, respectivamente, na Seção 6.4 e na Seção 6.2.

Por fim, trabalhos futuros que visam melhorar aspectos das propostas e que objetivam ampliar a capacidade dos pontos discutidos no trabalho são discutidos na Seção 6.5.

### 6.1 Conclusão sobre a Topologia Dinâmica

Este trabalho propôs uma topologia de comunicação dinâmica para o enxame do PSO com capacidade de se adaptar ao problema sendo tratado. Os resultados dos experimentos mostraram que a técnica utilizando a topologia dinâmica proposta consegue adaptar sua estrutura para um melhor fluxo de informação, visando escapar de estagnação prematura do enxame.

A partir dos experimentos, notou-se que a topologia dinâmica tem um comportamento que se situa entre os comportamentos de PSO com a topologia Global e com a topologia Anel. Uma vez que cada uma destas topologias tem melhor desempenho em determinados tipos de problemas, a dinâmica que ocorre na topologia proposta leva a execução do PSO ser adaptável ao tipo de problema tratado. Por conta desta adaptação ao problema durante a execução do algoritmo, as soluções finais encontradas foram mais consistentes quando a topologia dinâmica foi utilizada. Em outras palavras, o enxame com topologia dinâmica alcançou soluções melhores nos casos em que a topologia Global seria a melhor e nos casos em que a topologia Anel seria a melhor.

Dessa forma, a utilização da topologia de comunicação dinâmica proposta neste trabalho leva não somente a desempenhos melhores nas funções de testes utilizadas, como também torna o PSO mais adaptável aos problemas sendo tratado por ele.

#### 6.2 Discussão sobre a Topologia Dinâmica

A utilização da topologia proposta nesta dissertação traz algumas limitações. Primeiramente, ao fazer uso da topologia dinâmica, há a necessidade do ajuste de um parâmetro adicional: o limiar de falhas da partículas para execução do mecanismo de reconexão, denominado *failures\_threshold*. A escolha deste valor influencia na qualidade da solução obtida pelo algoritmo.

Apesar dos resultados dos experimentos realizados demonstrarem que utilizar failures\_threshold igual à 25 leva aos melhores resultados, ainda existe a necessidade de configuração desse novo parâmetro. Este ajuste fino necessário torna a utilização do algoritmo com a topologia dinâmica proposta mais trabalhosa para os usuários da técnica.

Um segundo ponto sobre a topologia proposta é, apesar do fluxo de informação se adaptar ao problema tratado, ainda há a ocorrência de estagnação durante a otimização das funções testes. Embora os resultados alcançados pelo PSO utilizando a topologia dinâmica serem melhores do que ao utilizar a técnica com as topologias estáticas consideradas, ainda existe estagnação durante o processo de otimização.

Entretanto, deve-se observar, primeiramente, que a inclusão de um novo parâmetro ao algoritmo o tornou mais robusto na otimização de diferentes funções. Dessa forma, apesar de existir a necessidade de ajuste desse novo parâmetro, isto é compensado pela robustez alcançada pela proposta.

Segundo, a estagnação, ainda que ocorra ao utilizar a topologia proposta, acontece depois de mais iterações do que ao utilizar o PSO com as topologias estáticas consideradas. Este comportamento sugere que o mecanismo de fato ajuda no problema de estagnação e também indica que é possível ainda melhorar a dinâmica do processo a fim de alcançar melhores desempenhos.

## 6.3 Conclusão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação do Enxame

Este trabalho propôs métricas que permitem a análise do fluxo de informação dentro do enxame durante a execução do PSO. As métricas propostas foram: o número autovalores zeros na matriz laplaciana, a densidade espectral e o valor R. Para fazer uso destas ferramentas, uma estrutura, denominada Grafo de Influência do enxame, foi proposta para capturar como a informação trafega entre as partículas.

A partir dos experimentos conduzidos, observou-se que a utilização da topologia Anel e da topologia Global no PSO levam a distintos comportamentos do fluxo de informação do enxame. A topologia Anel durante a execução do algoritmo tem em média 40 fluxos de informação independentes, enquanto a topologia Global mantém apenas um fluxo de informação para todos os testes realizados com 200 partículas. Além disso, a estrutura dos fluxos dentro do enxame se mantém praticamente constantes ao longo das iterações com essas duas topologias estáticas.

Observou-se que a topologia dinâmica tem um comportamento intermediário entre os extremos evidenciados ao utilizar a topologia Anel e a topologia Global. Durante a execução do algoritmo com a topologia proposta, o número de fluxo de informação diminui ao longo das iterações até manter uma média em torno de 5.

Além disso, notou-se que a densidade espectral consegue detectar padrões no fluxo de informação que levam à estagnação do enxame quando se utiliza a topologia dinâmica. Os experimentos mostraram que quando a densidade espectral tem sua forma achatada e sua cauda elevada precocemente, o enxame tende a ficar preso em uma solução.

## 6.4 Discussão sobre as Ferramentas para Análise do Fluxo de Informação do Enxame

Há algumas limitações nas ferramentas introduzidas nesta dissertação. Primeiramente, elas focam no cálculo dos autovalores da matrizes do Grafo de Influência. Estes cálculos tem um alto custo computacional, o que impede a análise do fluxo de informação do enxame durante a execução do algoritmo.

Além disso, houve simplificações no Grafo de Influência para facilitar a análise espectral. Estas simplificações podem levar a conclusões erradas sobre o enxame. Mais além, como o Grafo de Influência é criado a cada iteração, de forma que não existe um histórico sobre as informações passadas ao longo das iterações, não é possível analisar o enxame quando se utiliza uma topologia estática.

Uma outra limitação da análise proposta é a necessidade de analisar todo o processo de busca a fim de detectar a estagnação do enxame. Em outras palavras, dado um Grafo de Influência  $I_t$  de uma iteração t, não se pode dizer se o enxame está estagnado ou não.

Um caminho para capturar mais informação sobre o enxame é a remoção das simplificações do Grafo de Influência. Por exemplo, ao incluir o histórico da troca de informação entre as partículas ou os estados das partículas ao longo do processo, a análise do fluxo pode trazer mais informações sobre o processo.

Deve-se ressaltar que, apesar das simplificações realizadas para análise do enxame utilizando os conceitos de Ciência das Redes, as ferramentas propostas nesta dissertação abrem uma nova perspectiva para a área de inteligência de enxames. Esse conjunto de ferramentas permite a análise do impacto da topologia de fato no fluxo de informação do enxame e não no desempenho do algoritmo durante a otimização de funções de teste.

As ferramentas propostas conseguem analisar a estagnação do enxame sem utilizar informação das partículas em si (por exemplo: a posição delas). A análise é feita a partir de como as informações são passadas pelo enxame. Ou seja, a análise não escala com a dimensão do problema tratado e sim com a quantidade de partículas no enxame.

#### 6.5 Trabalhos Futuros

O PSO utilizando a topologia dinâmica proposta se mostrou ter capacidade de adaptação ao problema tratado. O mecanismo utilizado nesta topologia tem vários aspectos que ainda podem ser analisados:

- outros mecanismos do gatilho para a reconexão que não necessitem de novos parâmetro;
- métodos de analisar não apenas as estagnações das partículas como também a estagnação do enxame;
- mecanismo de atualização do atributo  $p_k failures$ ;
- proposição de mecanismos de reconexão adaptativos entre as partículas.

As métricas propostas abrem perspectivas para análises mais significativas sobre o comportamento do enxame, que podem ajudar os pesquisadores no desenvolvimento de novas abordagens e no entendimento de técnicas em enxames. Seguindo a linha dessa nova abordagem, há alguns pontos que devem ser estudados no futuro:

- a aplicação dessas ferramentas em outras técnicas de enxame a fim de dar outra visão sobre o funcionamento delas e a comparação entre as várias técnicas sob o aspecto de Ciência das Redes;
- utilizar os conceitos encontrados por intermédio das métricas de Ciências das Redes aplicadas nos enxames para conseguir entender redes complexas do mundo real;
- remover as simplificações feitas no Grafo de Influência analisados por esta dissertação a fim de melhorar as ferramentas propostas para que capturem novas informações sobre o enxame;
- aplicar outros conceitos de Ciência das Redes, que não foram vistos nesta dissertação, nas técnicas de enxames enxames.

# Apêndice A

#### Publicações

Título: Assessing Particle Swarm Optimizers Using Network Science Metrics. Autores: Marcos A. C. Oliveira-Junior, Carmelo J. A. Bastos-Filho, Ronaldo Menezes.

**Publicado em:** Springer Complex Networks IV – Studies in Computational Intelligence Volume 476, 2013, pp 173-184. Proceedings of the 4th Workshop on Complex Networks CompleNet 2013.

Abstract: Particle Swarm Optimizers (PSOs) have been widely used for optimization problems, but the scientific community still does not have sophisticated mechanisms to analyze the behavior of the swarm during the optimization process. We propose in this paper to use some metrics described in network sciences, specifically the R-value, the number of zero eigenvalues of the Laplacian Matrix, and the Spectral Density, in order to assess the behavior of the particles during the search and diagnose stagnation processes. Assessor methods can be very useful for designing novel PSOs or when one needs to evaluate the performance of a PSO variation applied to a specific problem. In order to apply these metrics, we observed that it is not possible to analyze the dynamics of the swarm by using the communication topology because it does not change. Therefore, we propose in this paper the definition of the influence graph of the swarm. We used this novel concept to assess the dynamics of the swarm. We tested our proposed methodology in three different PSOs in a well-known multimodal benchmark function. We observed that one can retrieve interesting information from the swarm by using this methodology.

**Título:** Using Network Science to Define a Dynamic Communication Topology for Particle Swarm Optimizers.

Autores: Marcos A. C. Oliveira-Junior, Carmelo J. A. Bastos-Filho, Ronaldo Menezes.

**Publicado em:** Springer Complex Networks – Studies in Computational Intelligence Volume 424, 2013, pp 39-47. Proceedings of the 3rd Workshop on Complex Networks CompleNet 2012.

**Abstract:** We propose here to use network sciences, specifically an approach based on the Barabási-Albert model, to define a dynamic communication topology

for Particle Swarm Optimizers. We compared our proposal to previous approaches, including a simpler Barabási-Albert-based approach and other most used approaches, and we obtained better results in average for well known benchmark functions.

# Apêndice B

#### Visualizador da Topologia de Comunicação do Enxame

O visualizador da topologia de comunicação do enxame criado durante o mestrado permite a identificação de anomalias na topologia dinâmica. Esta ferramenta foi desenvolvida com a linguagem Java e utiliza a biblioteca *GraphStream* para geração dos grafos.

Há vários aspectos que podem ser analisados utilizando o visualizador, pode-se citar: checar problemas no algoritmo de reconexão que levem partículas a não se conectar ou a conexões excessivas; verificar se há possibilidade de partículas com *fitness* ruim serem *hubs* dentro do enxame; analisar a diversidade no enxame; entre outros. Algumas telas do visualizador são apresentadas neste apêndice.

A Figura B.1 ilustra a tela do visualizador com uma topologia dinâmica com 200 partículas. As cores das partículas indicam a posição no espaço de busca de tal forma que partículas com cores iguais estão próximas no espaço. Esse agrupamento é realizado utilizando o algoritmo de Kohonen (mapa de Kohonen).



**Figura B.1:** Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia dinâmica com 200 partículas.

O tamanho das nós na figura informam a qualidade da informação da partícula. Maior o nó, pior é a informação. Todas as partículas têm tamanhos diferentes, o tamanho de cada uma é calculado a partir do *ranking* das partículas baseado no *fitness*.

A Figura B.2 é a estrutura da topologia global durante a execução do algoritmo PSO. Como há pouca diversidade no enxame ao utilizar esta topologia, a maioria das partículas está no mesmo agrupamento e, portanto, tem cor igual.



**Figura B.2:** Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia global com 200 partículas.

No caso da topologia anel, há maior diversidade e, como pode ser observado na Figura B.3, a tela gerado pelo visualizador da topologia apresenta uma estrutura com várias cores.

A Figura B.4, a Figura B.5 e a Figura B.6 apresentam, respectivamente, as estruturas das topologias dinâmica, global e anel, geradas pelo visualizador quando há apenas 40 partículas. Ao utilizar menos partículas, pode-se observar melhor as conexões entre as partículas.



**Figura B.3:** Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia anel com 200 partículas.



**Figura B.4:** Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia dinâmica com 40 partículas.



**Figura B.5:** Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia global com 40 partículas.



**Figura B.6:** Visualizador da topologia de comunicação do enxame durante a execução do PSO com uma topologia anel com 40 partículas.

# **Referências Bibliográficas**

- Mark Newman. Networks: An Introduction. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 2010.
- [2] Hawoong Jeong, Sean P. Mason, Albert-Laszlo Barabasi, and Zoltan N. Oltvai. Lethality and centrality in protein networks. *Nature*, 411(6833):41–42, May 2001.
- [3] Barrett Lyon. The opte project. http://www.opte.org/, April 2013.
- [4] Albert-Laszlo Barabasi. Network science. http://barabasilab.neu.edu/ networksciencebook/, April 2013.
- [5] Google Inc. Google ngram viewer. http://books.google.com/ngrams/, April 2013.
- [6] Albert-Laszlo Barabasi. The network takeover. Nat Phys, 8(1):14–16, January 2012.
- [7] Ted G. Lewis. Network Science: Theory and Applications. Wiley Publishing, 2009.
- [8] National Research Council Committee on Network Science for Future Army Applications. *Network Science*. The National Academies Press, 2005.
- [9] D. J. Watts and S. H. Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393(6684):440–442, June 1998.
- [10] A. L. Barabasi and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. Science, 286:509–512, 1999.
- [11] Albert-Laszlo Barabasi. *Linked*. Perseus Publishing, 1 edition, 2002.
- [12] A. P. Engelbrecht. Computational Intelligence: An Introduction. Wiley Publishing, 2007.
- [13] Vitorino Ramos, Carlos Fernandes, and Agostinho C. Rosa. Social cognitive maps, swarm collective perception and distributed search on dynamic landscapes. 2005.

- [14] J. Hoffmeyer. The swarming body. In Semiotics around the world: Synthesis in diversity. Proceedings of the Fifth Congress of the International Association for Semiotic Studies, Berkeley 1994, volume 3, pages 937–940, Berlin/-New York: Mouton de Gruyter 1997, June 1995.
- [15] M. Dorigo and G. Di Caro. Ant colony optimization: A new meta-heuristic. In Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation, pages 1470– 1477. IEEE Press, 1999.
- [16] K. Krishnanand and D. Ghose. Glowworm swarm optimization for simultaneous capture of multiple local optima of multimodal functions, volume 3, pages 87–124. Springer, 2009.
- [17] D. He and H. Zhu. Glowworm swarm optimization algorithm based on multipopulation. 2010 Sixth International Conference on Natural Computation (ICNC), pages 2624–2627, 2010.
- [18] D. Karaboga. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. Technical report, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005.
- [19] D. Karaboga and B. Basturk. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: Artificial bee colony (abc) algorithm. *Applied Soft Computing*, 39:459–471, 2007.
- [20] K. Ziarati, R. Akbari, and V. Zeighami. On the performance of bee algorithms for resource-constrained project scheduling problem. *Applied Soft Computing*, 11:3720–3733, 2011.
- [21] C. J. A. Bastos Filho, F. B. Lima Neto, A. J. C. C. Lins, A. I. S. Nascimento, and M. P. Lima. A novel search algorithm based on fish school behavior. 2008 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pages 2646–2651, 2008.
- [22] C. J. A. Bastos Filho, F. B. Lima Neto, M. F. C. Sousa, M. R. Pontes, and S. S. Madeiro. On the influence of the swimming operators in the fish school search algorithm. 2009 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, pages 5012–5017, 2009.
- [23] R. Eberhart and J. Kennedy. A new optimizer using particle swarm theory. Micro Machine and Human Science, 1995. MHS '95., Proceedings of the Sixth International Symposium on, pages 39–43, 1995.
- [24] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle swarm optimization. Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on, 4:1942–1948 vol.4, 1995.

- [25] J. Kennedy and R. Mendes. Population structure and particle swarm performance. In Evolutionary Computation, 2002. CEC '02. Proceedings of the 2002 Congress on, volume 2, pages 1671–1676, 2002.
- [26] R. Mendes. Population Topologies and Their Influence in Particle Swarm Performance. PhD thesis, Escola de Engenharia, Universidade do Minho, 2004.
- [27] J. Kennedy. Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance. In *Evolutionary Computation*, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on, volume 3, pages –1938 Vol. 3, 1999.
- [28] R. Mendes, J. Kennedy, and J. Neves. Watch thy neighbor or how the swarm can learn from its environment. In *Swarm Intelligence Symposium*, 2003. SIS '03. Proceedings of the 2003 IEEE, pages 88 – 94, april 2003.
- [29] R.C. Eberhart and Y. Shi. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization. *Evolutionary Computation, 2000. Pro*ceedings of the 2000 Congress on, 1:84–88 vol.1, 2000.
- [30] M. Clerc and J. Kennedy. The particle swarm explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *Evolutionary Computation*, *IEEE Transactions on*, 6(1):58-73, feb 2002.
- [31] C.J.A. Bastos-Filho, J.D. Andrade, M.R.S. Pita, and A.D. Ramos. Impact of the quality of random numbers generators on the performance of particle swarm optimization. *Systems, Man and Cybernetics, 2009. SMC 2009. IEEE International Conference on*, pages 4988–4993, oct. 2009.
- [32] C.J.A. Bastos-Filho, M.A.C. Oliveira Junior, D.N.O. Nascimento, and A.D. Ramos. Impact of the random number generator quality on particle swarm optimization algorithm running on graphic processor units. *Hybrid Intelligent Systems, 2010. HIS '10. Tenth International Conference on*, pages 85–90, 2010.
- [33] N. Higashi and H. Iba. Particle swarm optimization with gaussian mutation. In Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS '03. Proceedings of the 2003 IEEE, pages 72 – 79, april 2003.
- [34] Qian-Li Zhang, Xing Li, and Quang-Ahn Tran. A modified particle swarm optimization algorithm. In *Machine Learning and Cybernetics*, 2005. Proceedings of 2005 International Conference on, volume 5, pages 2993 –2995 Vol. 5, aug. 2005.
- [35] J. Tang and Xiaojuan Zhao. Particle swarm optimization with adaptive mutation. In *Information Engineering*, 2009. ICIE '09. WASE International Conference on, volume 2, pages 234 –237, july 2009.

- [36] Y. Shi and R. C. Eberhart. Parameter selection in particle swarm optimization. In EP '98: Proceedings of the 7th International Conference on Evolutionary Programming VII, pages 591–600, London, UK, 1998. Springer-Verlag.
- [37] R. Eberhart and Y. Shi. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In *Evolutionary Computation*, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on, volume 1, pages 81–86 vol. 1, 2001.
- [38] Zhi-Hui Zhan, Jun Zhang, Yun Li, and Henry Shu-Hung Chung. Adaptive particle swarm optimization. *Trans. Sys. Man Cyber. Part B*, 39(6):1362– 1381, December 2009.
- [39] R. Mendes, J. Kennedy, and J. Neves. The fully informed particle swarm: simpler, maybe better. *Evolutionary Computation*, *IEEE Transactions on*, 8(3):204 – 210, june 2004.
- [40] J. Kennedy and R. Mendes. Neighborhood topologies in fully-informed and best-of-neighborhood particle swarms. In Soft Computing in Industrial Applications, 2003. SMCia/03. Proceedings of the 2003 IEEE International Workshop on, pages 45 – 50, june 2003.
- [41] Praveen Kumar Tripathi, Sanghamitra Bandyopadhyay, and Sankar Kumar Pal. Multi-objective particle swarm optimization with time variant inertia and acceleration coefficients. *Information Sciences*, 177(22):5033 – 5049, 2007.
- [42] Weilin Du and Bin Li. Multi-strategy ensemble particle swarm optimization for dynamic optimization. *Inf. Sci.*, 178(15):3096–3109, August 2008.
- [43] D. Ferreira de Carvalho and C. J. A. Bastos-Filho. Clan particle swarm optimization. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2(2):197–227, 2009.
- [44] Yujia Wang and Yupu Yang. Particle swarm optimization with preference order ranking for multi-objective optimization. Inf. Sci., 179(12):1944–1959, May 2009.
- [45] D. H. Wolpert and W. G. Macready. No free lunch theorems for search. Technical report, Santa Fe Institute, 1995.
- [46] K. Tang, X. Li, P. N. Suganthan, Z. Yang, and T. Weise. Benchmark Functions for the CEC'2010 Special Session and Competition on Large-Scale Global Optimization. Technical report, University of Science and Technology of China (USTC), School of Computer Science and Technology, Nature Inspired Computation and Applications Laboratory (NICAL): Héféi, Ānhuī, China, 2010.
- [47] Brian Hopkins and Robin Wilson. The truth about konigsberg. The College Mathematics Journal, 35:98, 2004.

- [48] Leonhard Euler. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, 8:128–140, 1741.
- [49] W. W. Rouse. Ball. Mathematical recreations and problems of past and present times. Macmillan, 1 edition, 1892.
- [50] John Joseph Sylvester. Chemistry and algebra. Nature, 17:284, 1878.
- [51] P. Erdös and A. Rényi. On random graphs, I. Publicationes Mathematicae (Debrecen), 6:290–297, 1959.
- [52] P. Erdös and A. Rényi. On the evolution of random graphs. Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci., 5:17, 1960.
- [53] P. Erdös and A. Rényi. On the strength of connectedness of a random graph. Acta Mathematica Scientia Hungary, 12:261–267, 1961.
- [54] Stanley Milgram. The Small World Problem. Psychology Today, 2:60–67, 1967.
- [55] Lars Backstrom, Paolo Boldi, Marco Rosa, Johan Ugander, and Sebastiano Vigna. Four degrees of separation. CoRR, abs/1111.4570, 2011.
- [56] Johan Ugander, Brian Karrer, Lars Backstrom, and Cameron Marlow. The anatomy of the facebook social graph. *CoRR*, abs/1111.4503, 2011.
- [57] Duncan J Watts. Small worlds: The dynamics of networks between order and randomness. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1999.
- [58] Reka Albert and Albert-Laszlo Barabasi. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 74:47, 2002.
- [59] H. Jeong, S. Mason, A. L. Barabási, and Z. N. Oltvai. Lethality and centrality in protein networks. *Nature*, 411(6833):41–42, 2001.
- [60] Victor M. Eguiluz, Dante R. Chialvo, Guillermo A. Cecchi, Marwan Baliki, and Vania V. Apkarian. Scale-free brain functional networks. *Phys Rev Lett.*, 94:018102, 2005.
- [61] S. Redner. How popular is your paper? an empirical study of the citation distribution. *European Physical Journal B*, 4(2):131–134, August 1998.
- [62] Xavier Gabaix, Parameswaran Gopikrishnan, Vasiliki Plerou, and H. Eugene Stanley. A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423(6937):267–270, May 2003.
- [63] Kimmo Soramäki, Morten L. Bech, Jeffrey Arnold, Robert J. Glass, and Walter E. Beyeler. The topology of interbank payment flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 379(1):317–333, June 2007.

- [64] Albert-László Barabási, Réka Albert, and Hawoong Jeong. Scale-free characteristics of random networks: the topology of the world-wide web. *Physica* A: Statistical Mechanics and its Applications, 281(1-4):69–77, June 2000.
- [65] A. Vázquez, R. Pastor-Satorras, and A. Vespignani. Large-scale topological and dynamical properties of the Internet. *Physical Review E*, 65(6):66130, 2002.
- [66] John-Adrian Bondy and U. S. R. Murty. *Graph theory*. Graduate texts in mathematics. Springer, New York, London, 2007. OHX.
- [67] Douglas Brent West et al. Introduction to graph theory, volume 2. Prentice hall Englewood Cliffs, 2001.
- [68] Ray Solomonoff and Anatol Rapoport. Connectivity of random nets. The bulletin of mathematical biophysics, 13(2):107–117, 1951.
- [69] Edgar N Gilbert. Random graphs. The Annals of Mathematical Statistics, 30(4):1141–1144, 1959.
- [70] GW Ford and GE Uhlenbeck. Combinatorial problems in the theory of graphs. i. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 42(3):122, 1956.
- [71] Mark Newman, Albert-Laszlo Barabasi, and Duncan J Watts. *The structure and dynamics of networks*. Princeton University Press, 2011.
- [72] de Solla. Networks of Scientific Papers. Science, 149(3683):510–515, July 1965.
- [73] A. Barabási, R. Albert, and H. Jeong. Mean-field theory for scale-free random networks. *Physica A*, 272:173–187, 1999.
- [74] Steve Lawrence and C Lee Giles. Searching the world wide web. Science, 280(5360):98–100, 1998.
- [75] Steve Lawrence and C Lee Giles. Accessibility of information on the web. Nature, 400(6740):107–107, 1999.
- [76] Jon M Kleinberg, Ravi Kumar, Prabhakar Raghavan, Sridhar Rajagopalan, and Andrew S Tomkins. The web as a graph: Measurements, models, and methods. In *Computing and combinatorics*, pages 1–17. Springer, 1999.
- [77] G. Bianconi and A. L. Barabasi. Competition and multiscaling in evolving networks. EPL (Europhysics Letters), 54(4):436–442, 2001.
- [78] I. J. Farkas, I. Derényi, A. L. Barabási, and T. Vicsek. Spectra of "realworld" graphs: beyond the semicircle law. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 64(2 Pt 2), August 2001.

- [79] R. Eberhart, P. Simpson, and R. Dobbins. Computational intelligence PC tools. Academic Press Professional, Inc., San Diego, CA, USA, 1996.
- [80] Riccardo Poli. Analysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation. J. Artif. Evol. App., 2008:4:1–4:10, January 2008.
- [81] Riccardo Poli. An analysis of publications on particle swarm optimisation applications. Technical report, University of Essex, 2007.
- [82] James Kennedy. The particle swarm: social adaptation of knowledge. In Evolutionary Computation, 1997., IEEE International Conference on, pages 303–308. IEEE, 1997.
- [83] Anthony Carlisle and Gerry Dozier. Adapting particle swarm optimization to dynamic environments. In *Proceedings of the International Conference on Artificial Intelligence*, volume 1, pages 429–434. Athens, GA, USA: CSPIEA Press, 2000.
- [84] D. Bratton and J. Kennedy. Defining a standard for particle swarm optimization. Swarm Intelligence Symposium, 2007. SIS 2007. IEEE, pages 120 -127, april 2007.
- [85] M Omran, Ayed Salman, and Andries P Engelbrecht. Image classification using particle swarm optimization. In *Proceedings of the 4th Asia-Pacific* conference on simulated evolution and learning, volume 2002, pages 370– 374, 2002.
- [86] Yuhui Shi and Russell C Eberhart. Parameter selection in particle swarm optimization. In *Evolutionary Programming VII*, pages 591–600. Springer, 1998.
- [87] Huiyuan Fan. A modification to particle swarm optimization algorithm. Engineering Computations, 19(8):970–989, 2002.
- [88] JF Schutte and AA Groenwold. Sizing design of truss structures using particle swarms. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 25(4):261–269, 2003.
- [89] Yuhui Shi and Russell Eberhart. A modified particle swarm optimizer. In Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence., The 1998 IEEE International Conference on, pages 69–73. IEEE, 1998.
- [90] Yuhui Shi et al. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In *Evolutionary Computation*, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on, volume 1, pages 81–86. IEEE, 2001.
- [91] Frans Van Den Bergh. An analysis of particle swarm optimizers. PhD thesis, University of Pretoria, 2006.

- [92] FRANS van den Bergh and AP Engelbrecht. A study of particle swarm optimization particle trajectories. *Information sciences*, 176(8):937–971, 2006.
- [93] Shigenori Naka, Takamu Genji, Toshiki Yura, and Yoshikazu Fukuyama. Practical distribution state estimation using hybrid particle swarm optimization. In *Power Engineering Society Winter Meeting*, 2001. IEEE, volume 2, pages 815–820. IEEE, 2001.
- [94] Asanga Ratnaweera, Saman K. Halgamuge, and Harry C. Watson. Selforganizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 8(3):240–255, 2004.
- [95] P.N. Suganthan. Particle swarm optimiser with neighbourhood operator. In Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on, volume 3, pages 3 vol. (xxxvii+2348), 1999.
- [96] Hirotaka Yoshida, Kenichi Kawata, Yoshikazu Fukuyama, Shinichi Takayama, and Yosuke Nakanishi. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment. *Power* Systems, IEEE Transactions on, 15(4):1232–1239, 2000.
- [97] Thanmaya Peram, Kalyan Veeramachaneni, and Chilukuri K Mohan. Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization. In Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS'03. Proceedings of the 2003 IEEE, pages 174–181. IEEE, 2003.
- [98] Gerhard Venter and Jaroslaw Sobieszczanski-Sobieski. Multidisciplinary optimization of a transport aircraft wing using particle swarm optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(1-2):121–131, 2004.
- [99] Gerhard Venter and Jaroslaw Sobieszczanski-Sobieski. Particle swarm optimization. AIAA journal, 41(8):1583–1589, 2003.
- [100] Yuhui Shi and Russell C Eberhart. Fuzzy adaptive particle swarm optimization. In Evolutionary Computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on, volume 1, pages 101–106. IEEE, 2001.
- [101] Yong-Ling Zheng, Long-Hua Ma, Li-Yan Zhang, and Ji-Xin Qian. On the convergence analysis and parameter selection in particle swarm optimization. In *Machine Learning and Cybernetics, 2003 International Conference on*, volume 3, pages 1802–1807. IEEE, 2003.
- [102] Maurice Clerc. The swarm and the queen: towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization. In Evolutionary Computation, 1999. CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on, volume 3. IEEE, 1999.

- [103] M. Clerc and J. Kennedy. The particle swarm explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *Evolutionary Computation*, *IEEE Transactions on*, 6(1):58–73, 2002.
- [104] Russ C Eberhart and Yuhui Shi. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization. In *Evolutionary Computation*, 2000. *Proceedings of the 2000 Congress on*, volume 1, pages 84–88. IEEE, 2000.
- [105] T. Peram, K. Veeramachaneni, and C.K. Mohan. Fitness-distance-ratio based particle swarm optimization. In Swarm Intelligence Symposium, 2003. SIS '03. Proceedings of the 2003 IEEE, pages 174 – 181, april 2003.
- [106] S. Janson and M. Middendorf. A hierarchical particle swarm optimizer and its adaptive variant. Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on, 35(6):1272-1282, dec. 2005.
- [107] Yu-Xuan Wang and Qiao-Liang Xiang. Particle swarms with dynamic ring topology. In Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence). IEEE Congress on, pages 419 – 423, june 2008.
- [108] Yu Liu, Zheng Qin, Zhewen Shi, and Jiang Lu. Center particle swarm optimization. Neurocomput., 70(4-6):672–679, January 2007.
- [109] J.J. Liang, A.K. Qin, P.N. Suganthan, and S. Baskar. Comprehensive learning particle swarm optimizer for global optimization of multimodal functions. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 10(3):281 – 295, june 2006.
- [110] S.B. Akat and V. Gazi. Particle swarm optimization with dynamic neighborhood topology: Three neighborhood strategies and preliminary results. In Swarm Intelligence Symposium, 2008. SIS 2008. IEEE, pages 1-8, sept. 2008.
- [111] Danilo Ferreira de Carvalho and Carmelo José Albanez Bastos-Filho. Clan particle swarm optimization. International Journal of Intelligent Computing and Cybernetics, 2(2):197–227, 2009.
- [112] Reuven Cohen, Keren Erez, Daniel ben Avraham, and Shlomo Havlin. Resilience of the internet to random breakdowns. *Phys. Rev. Lett.*, 85:4626–4628, Nov 2000.
- [113] Reuven Cohen, Keren Erez, Daniel ben Avraham, and Shlomo Havlin. Breakdown of the internet under intentional attack. *Phys. Rev. Lett.*, 86:3682– 3685, Apr 2001.
- [114] Duncan S. Callaway, M. E. J. Newman, Steven H. , and Duncan J. Watts. Network robustness and fragility: Percolation on random graphs. *Phys. Rev. Lett.*, 85:5468–5471, Dec 2000.

- [115] A. Gasparri, S. Panzieri, F. Pascucci, and G. Ulivi. A spatially structured genetic algorithm over complex networks for mobile robot localisation. In *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pages 4277–4282, april 2007.
- [116] Mario Giacobini, Mike Preuss, and Marco Tomassini. Effects of scale-free and small-world topologies on binary coded self-adaptive cea. In *Proceedings of* the 6th European conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, EvoCOP'06, pages 86–98, Berlin, Heidelberg, 2006. Springer-Verlag.
- [117] Michael Kirley and Robert Stewart. An analysis of the effects of population structure on scalable multiobjective optimization problems. In Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation, GECCO '07, pages 845–852, New York, NY, USA, 2007. ACM.
- [118] Michael Kirley and Robert Stewart. Multiobjective evolutionary algorithms on complex networks. In *Proceedings of the 4th international conference* on Evolutionary multi-criterion optimization, EMO'07, pages 81–95, Berlin, Heidelberg, 2007. Springer-Verlag.
- [119] A. Godoy and F.J. Von Zuben. A complex neighborhood based particle swarm optimization. In *Evolutionary Computation*, 2009. CEC '09. IEEE Congress on, pages 720 –727, may 2009.
- [120] Chenggong Zhang and Zhang Yi. Scale-free fully informed particle swarm optimization algorithm. *Inf. Sci.*, 181(20):4550–4568, October 2011.
- [121] Simin Mo, Jianchao Zeng, and Ying Tan. Particle swarm optimization based on self-organizing topology driven by fitness. In *Proceedings of the 2010 International Conference on Computational Aspects of Social Networks*, CA-SON '10, pages 23–26, Washington, DC, USA, 2010. IEEE Computer Society.
- [122] Simin Mo, Jianchao Zeng, and Ying Tan. Particle swarm optimisation based on self-organisation topology driven by different fitness rank. Int. J. Comput. Sci. Eng., 6(1/2):24–33, July 2011.
- [123] Richard M Stallman and Joshua Gay. Free software, free society: Selected essays of Richard M. Stallman. CreateSpace, 2009.
- [124] Augusto Campos. O que é software livre. *BR-Linux. Florianópolis, março de*, 2006.